

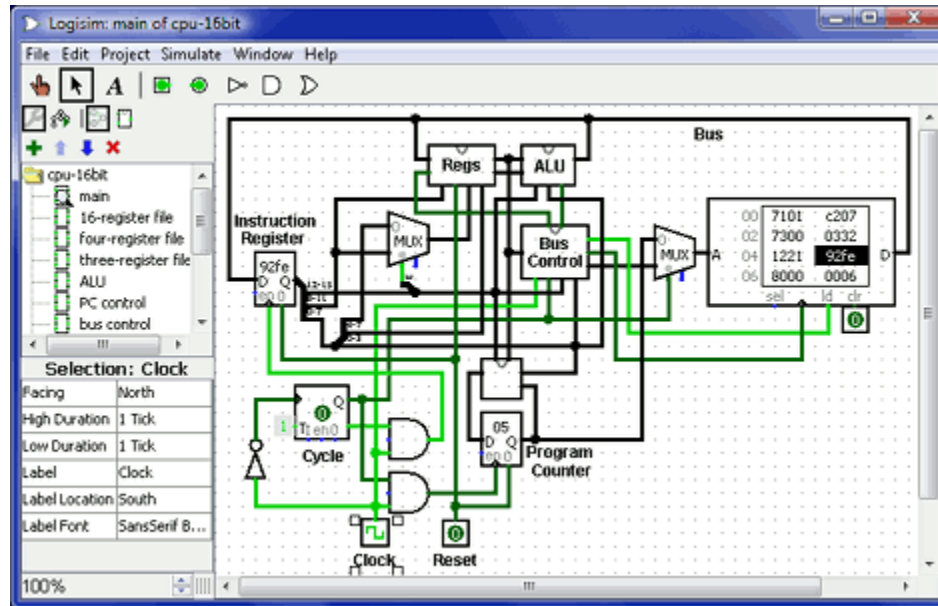
Introduzione alla progettazione digitale in Logisim

matteo.re@unimi.it

<https://homes.di.unimi.it/re/arch1-lab-2017-2018.html>

Logisim

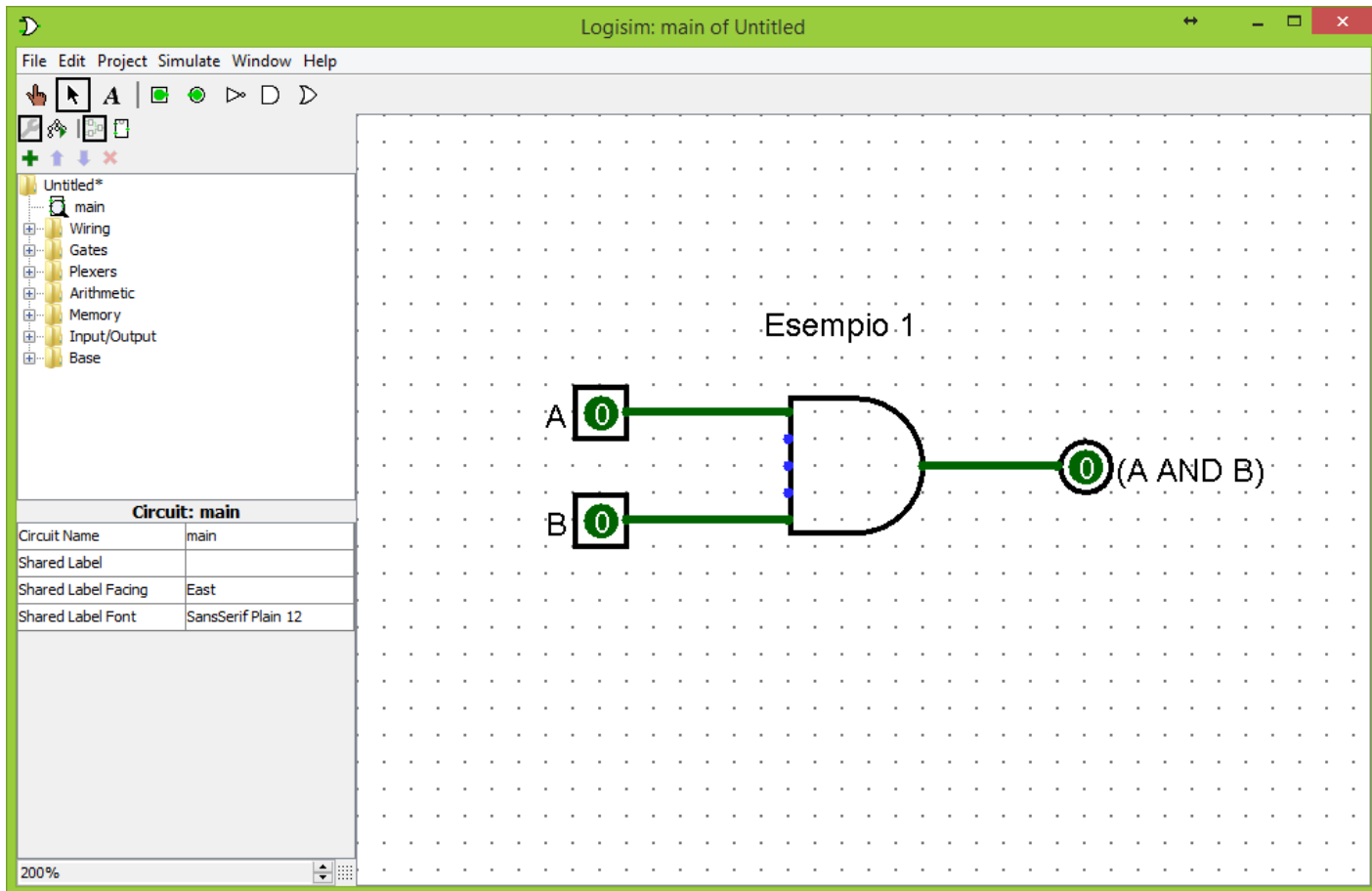
<http://www.cburch.com/logisim/>



- Strumento software che permette di progettare e simulare circuiti logici digitali

Esempio

- Realizziamo un semplice circuito che, dati due segnali in ingresso A e B , calcoli $(A \text{ AND } B)$



Esempio

The screenshot shows the Logisim software interface with a circuit simulation example. The interface includes a menu bar (File, Edit, Project, Simulate, Window, Help), a toolbar with various icons, a component library on the left, a circuit workspace, and a properties panel at the bottom left. A circuit diagram is shown in the workspace, consisting of two input switches labeled 'A' and 'B', both set to '0'. These inputs are connected to an AND gate. The output of the AND gate is connected to a circular output indicator labeled '0 (A AND B)'. The text 'Esempio.1' is written above the circuit.

Annotations in red text with arrows point to specific features:

- Componenti di uso frequente (Frequently used components)
- Libreria componenti (Component library)
- Proprietà componente selezionato (Selected component properties)
- Zoom area di lavoro (Work area zoom)

Circuit: main	
Circuit Name	main
Shared Label	
Shared Label Facing	East
Shared Label Font	SansSerif Plain 12

200%

Operatori logici e proprietà

NOT \neg
 AND \wedge
 OR \vee



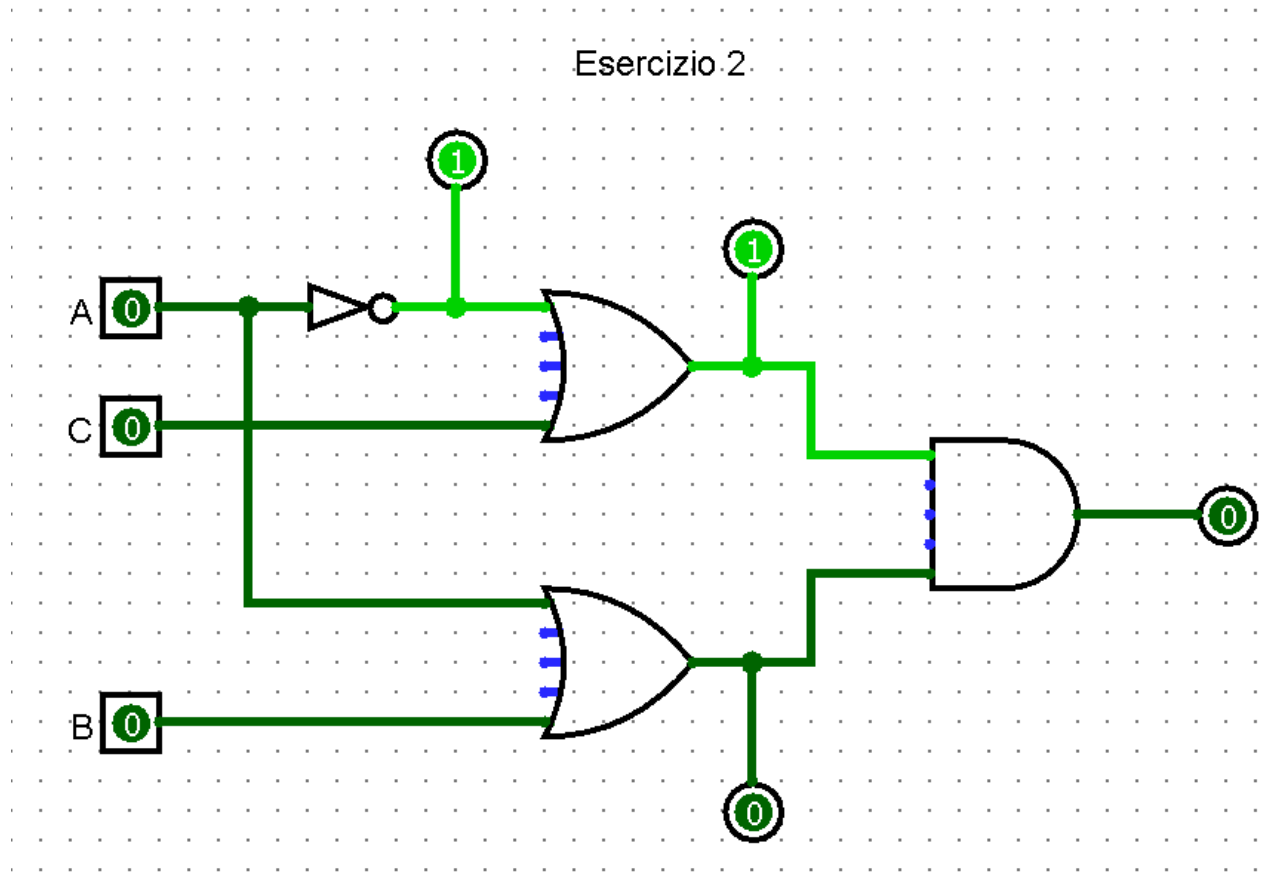
Ordine di precedenza in assenza di parentesi

Richiamo delle proprietà

	AND	OR
Identità	$1 \wedge X = X$	$0 \vee X = X$
Elemento nullo	$0 \wedge X = 0$	$1 \vee X = 1$
Idempotenza	$X \wedge X = X$	$X \vee X = X$
Inverso	$X \wedge \neg X = 0$	$X \vee \neg X = 1$
Commutativa	$X \wedge Y = Y \wedge X$	$X \vee Y = Y \vee X$
Associativa	$(X \wedge Y) \wedge Z = X \wedge (Y \wedge Z)$	$(X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z)$
Distributiva	(di AND risp. ad OR) $X \wedge (Y \vee Z) = X \wedge Y \vee X \wedge Z$	(di OR risp. ad AND) $X \vee (Y \wedge Z) = (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$
Assorbimento I	$X \wedge (X \vee Y) = X$	$X \vee (X \wedge Y) = X$
Assorbimento II	$X \wedge (\neg X \vee Y) = X \wedge Y$	$X \vee (\neg X \wedge Y) = X \vee Y$
De Morgan	$\neg(X \wedge Y) = \neg X \vee \neg Y$	$\neg(X \vee Y) = \neg X \wedge \neg Y$

Esercizio 2

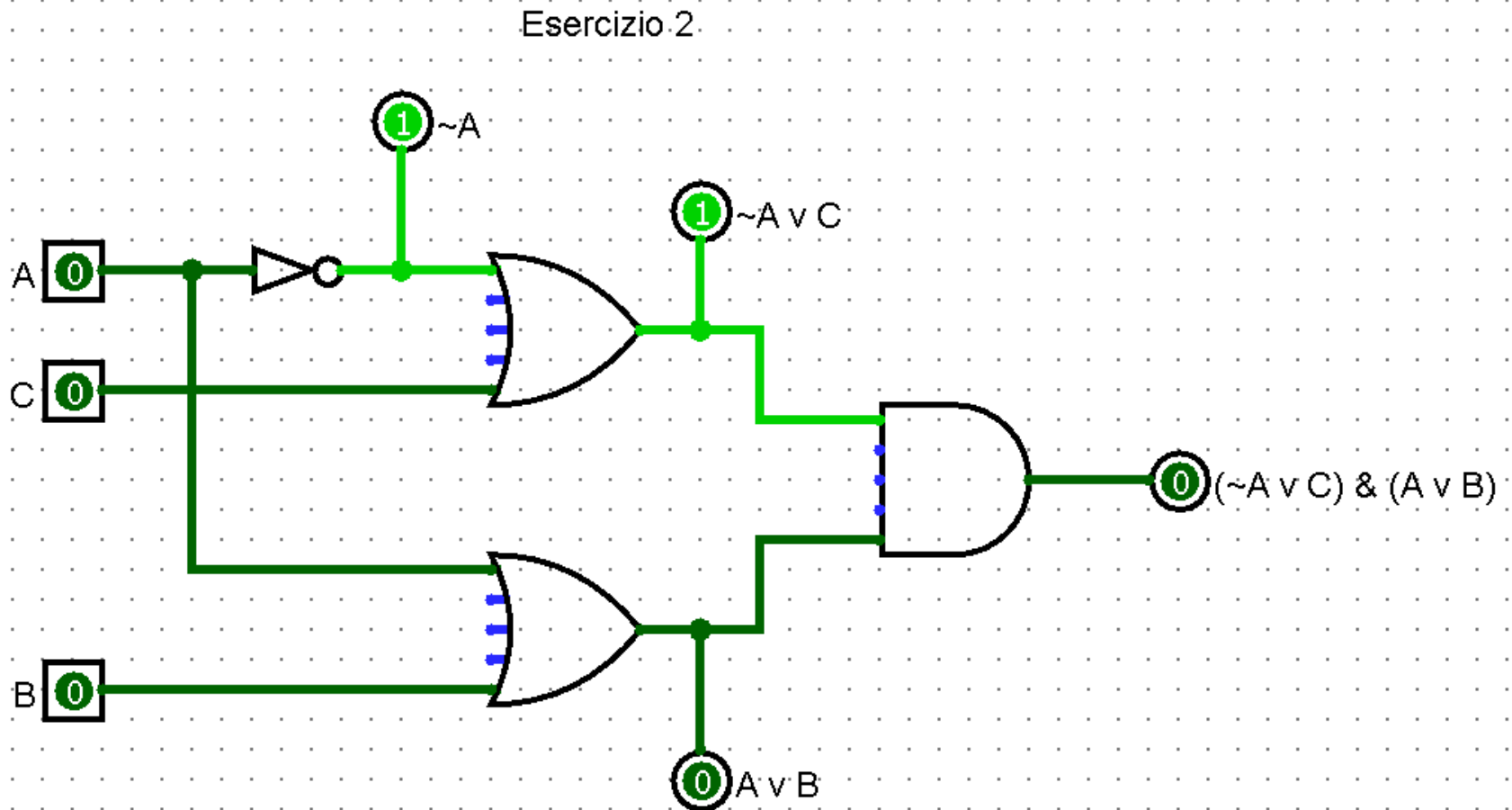
1. Si riproduca in Logisim il seguente circuito:



2. Si determini l'espressione logica di tutte le uscite (intermedie e finale)
3. Si scriva la tabella di verità del circuito

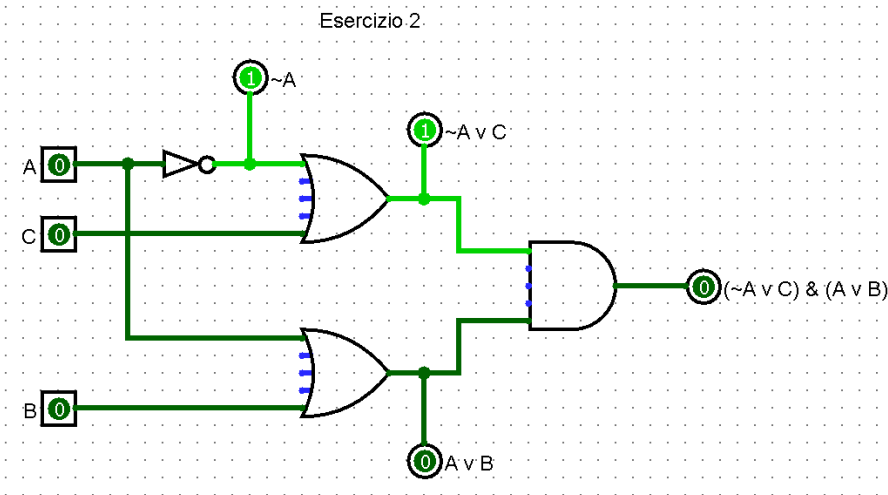
Esercizio 2

Label sui segnali (intermedi e finale)



Esercizio 2

Tabella di verità



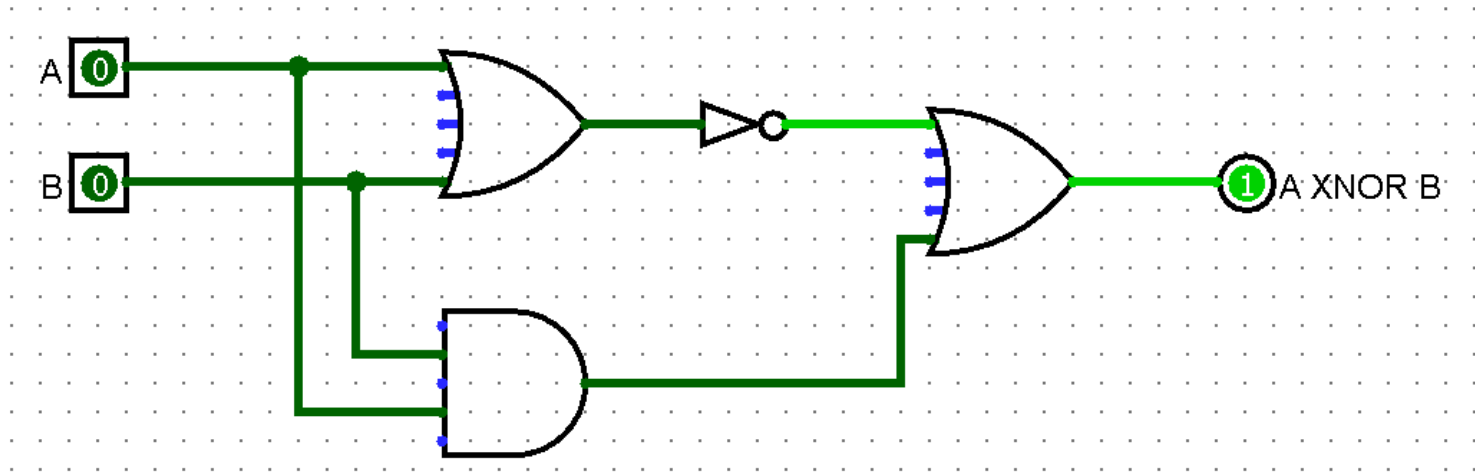
A	B	C	$(\sim A \vee C) \wedge (A \vee B)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Esercizio 3

1. Dati due segnali A e B , si implementi un circuito che calcoli $A \text{ XNOR } B$ senza usare porte composte (NAND , NOR , XOR , XNOR)
2. Si derivi la tabella di verità e si osservi la funzione logica risultante

Suggerimento: $A \text{ XNOR } B = \neg(A \vee B) \vee (A \wedge B)$

Esercizio 3

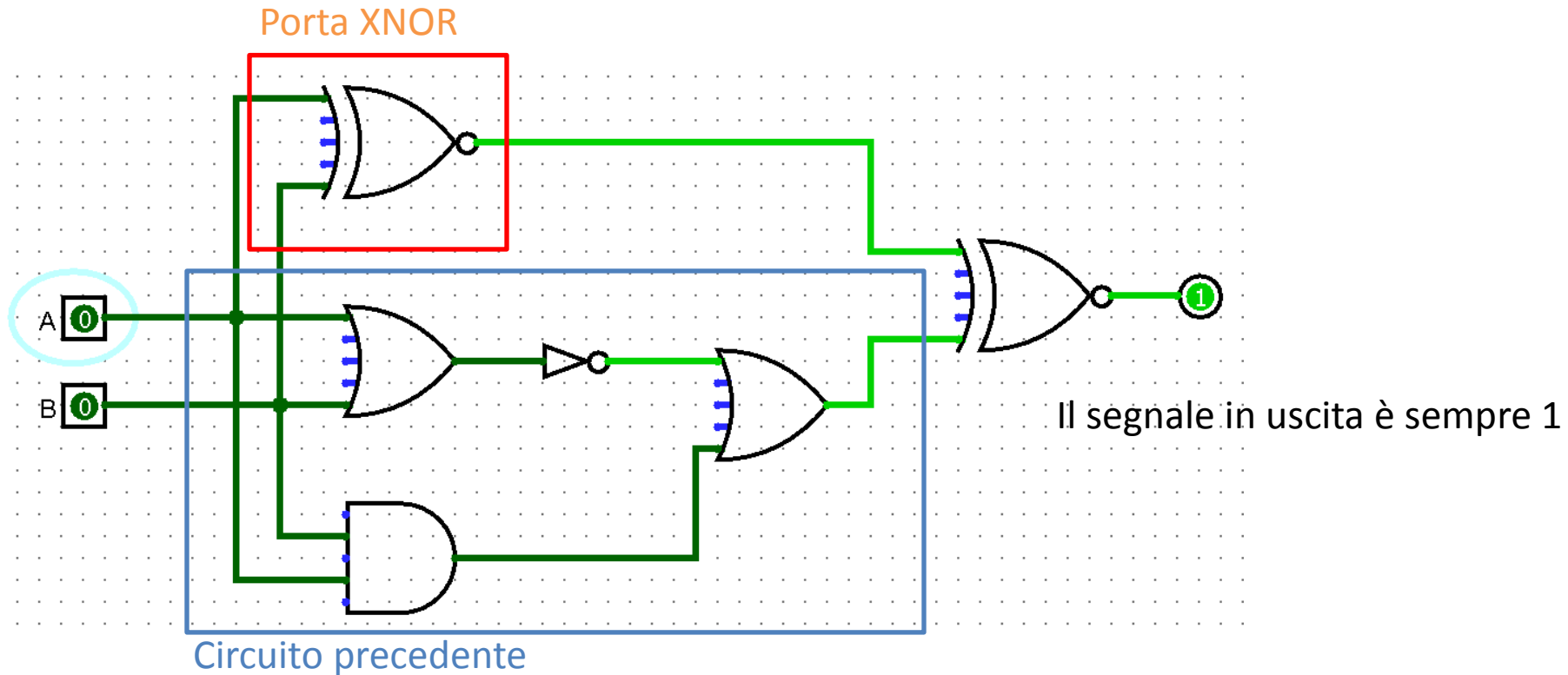


A	B	$\neg(A \vee B) \vee (A \wedge B)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La funzione risultante è l'**uguaglianza logica**: possiamo usare **XNOR** per confrontare il segnale in uscita a due diversi circuiti

Esercizio 3

Confronto il circuito prodotto con la porta XNOR:



Esercizio 4

Sia data la seguente espressione logica:

$$X = \neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$$

1. Si derivi la tabella di verità (si indichino anche alcune sotto-espressioni)
2. Si realizzi il circuito corrispondente e si verifichi la correttezza della tabella

Esercizio 4

Tabella di verità:

$$X = \neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$$

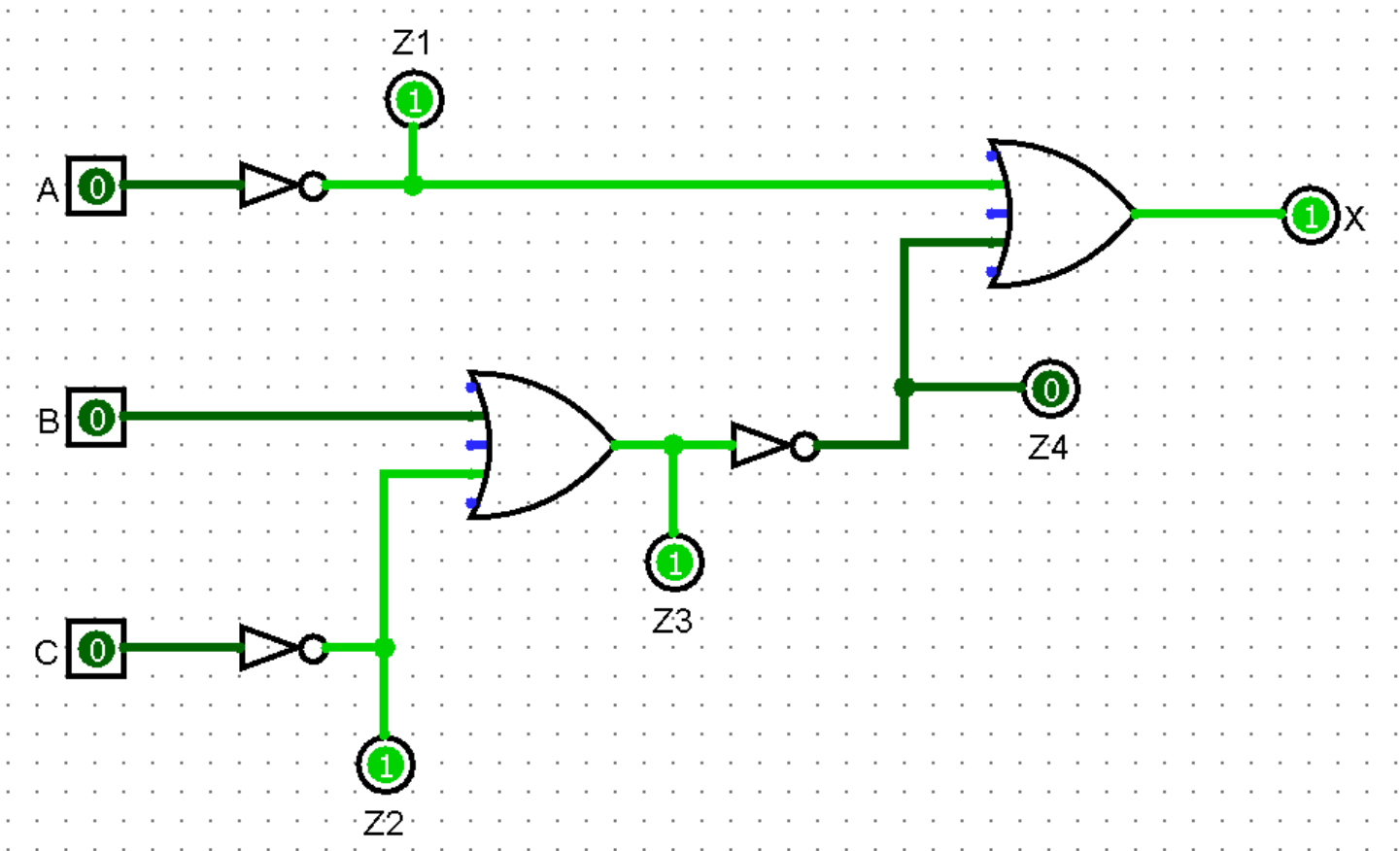
A	B	C	$Z_1 = \neg A$	$Z_2 = \neg C$	$Z_3 = (B \vee Z_2)$	$Z_4 = \neg Z_3$	$X = Z_1 \vee Z_4$
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0

Esercizio 4

Circuito:

$$X = \neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$$

$$Z_1 = \neg A \mid Z_2 = \neg C \mid Z_3 = (B \vee Z_2) \mid Z_4 = \neg Z_3 \mid X = Z_1 \vee Z_4$$



Esercizio 5

Dimostrare tramite manipolazioni algebriche (specificando le proprietà usate) che:

$$E_1 = E_2$$

dove:

$$E_1 = \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A$$

$$E_2 = (\neg B \wedge A) \vee (A \wedge C)$$

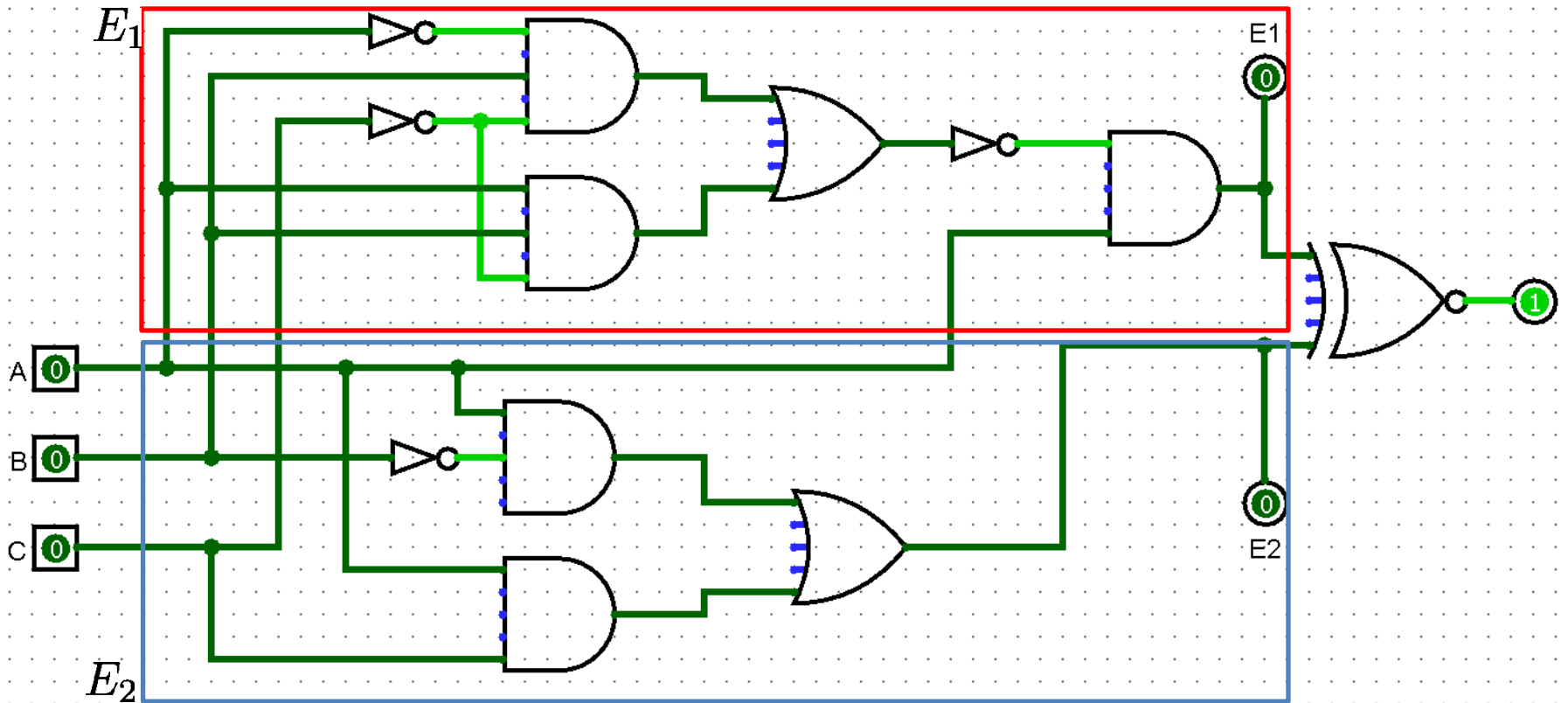
Si implementino i circuiti di E_1 e E_2 e si verifichi l'equivalenza tramite la porta **XNOR**

$$\begin{aligned} E_1 &= \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A \\ &= \neg((B \wedge \neg C) \wedge (\neg A \vee A)) \wedge A && \text{(distributiva)} \\ &= \neg(B \wedge \neg C) \wedge A && \text{(inverso)} \\ &= (\neg B \vee C) \wedge A && \text{(De Morgan)} \\ &= (\neg B \wedge A) \vee (C \wedge A) && \text{(distributiva)} \\ &= E_2 \end{aligned}$$

Esercizio 5

$$E_1 = \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A$$

$$E_2 = (\neg B \wedge A) \vee (A \wedge C)$$



Esercizio 6

Si consideri la seguente espressione:

$$E_1 = (A \text{ NOR } B) \wedge (C \vee \neg B)$$

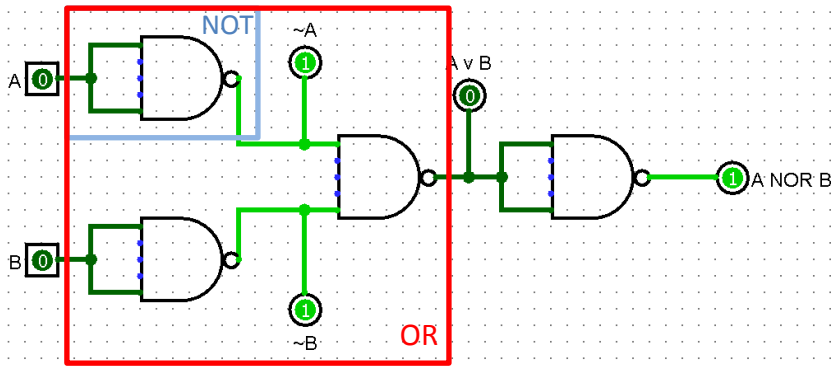
1. Si implementi il circuito corrispondente usando la sola porta **NAND**
2. Si mostri, con passaggi algebrici e confronto tra circuiti, che è equivalente a

$$E_2 = \neg A \wedge \neg B$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A NAND B</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Esercizio 6

Come realizzare NOT, OR, NOR con la sola NAND?

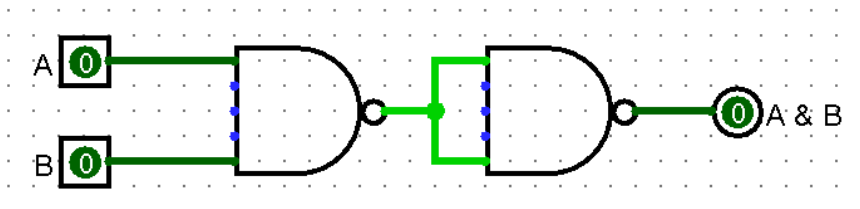


$$\begin{aligned}\neg A &= \neg(A \wedge A) \\ &= A \text{ NAND } A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A \vee B &= \neg(\neg A \wedge \neg B) && \text{(De Morgan)} \\ &= \neg A \text{ NAND } \neg B \\ &= (A \text{ NAND } A) \text{ NAND } (B \text{ NAND } B)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A \text{ NOR } B &= \neg(A \vee B) \\ &= ((A \text{ NAND } A) \text{ NAND } (B \text{ NAND } B)) \text{ NAND } ((A \text{ NAND } A) \text{ NAND } (B \text{ NAND } B))\end{aligned}$$

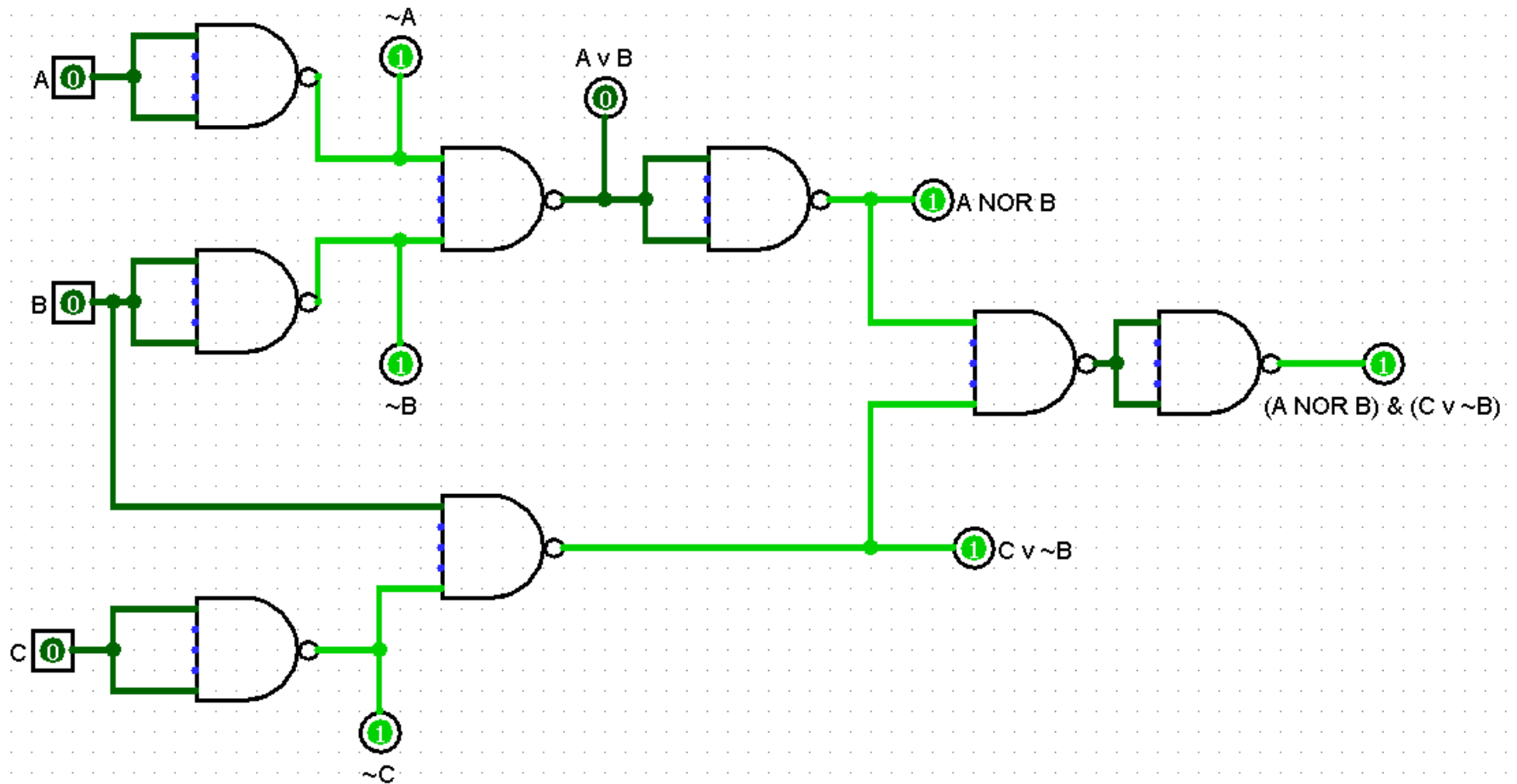
E AND?



$$\begin{aligned}A \wedge B &= \neg\neg(A \wedge B) \\ &= \neg(A \text{ NAND } B) \\ &= (A \text{ NAND } B) \text{ NAND } (A \text{ NAND } B)\end{aligned}$$

Esercizio 6

$$E_1 = (A \text{ NOR } B) \wedge (C \vee \neg B)$$



Esercizio 6

$$E_1 = (A \text{ NOR } B) \wedge (C \vee \neg B)$$

$$E_2 = \neg A \wedge \neg B$$

$$\begin{aligned} E_1 &= (A \text{ NOR } B) \wedge (C \vee \neg B) \\ &= \neg(A \vee B) \wedge (C \vee \neg B) \\ &= (\neg A \wedge \neg B) \wedge (C \vee \neg B) && \text{(De Morgan)} \\ &= (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg B) && \text{(distributiva)} \\ &= ((\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \wedge \neg B)) && \text{(associativa)} \\ &= ((\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B) && \text{(idempotenza)} \\ &= \neg A \wedge \neg B && \text{(assorbimento)} \\ &= E_2 \end{aligned}$$

Esercizio 6

Confronto con $E_2 = \neg A \wedge \neg B$ utilizzando la porta XNOR

