

## Esercizi Vari

**Esercizio 1** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  che contengono almeno una  $a$  seguita da una  $b$ .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 2** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  in cui  $a$  e  $b$  si alternano, iniziando da  $a$  e terminando con  $b$ .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 3** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  in cui *ogni*  $a$  è seguita *immediatamente* da una  $b$ .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 4** Sia  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  che, interpretate come numeri in notazione binaria, rappresentano multipli di 4.

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 5** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  in cui il secondo simbolo è una  $a$ .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 6** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  in cui il penultimo simbolo è una  $a$ .

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 7** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  contenenti un numero pari di  $a$  e un numero pari di  $b$ .

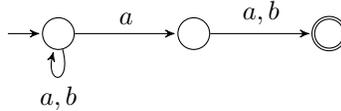
**Esercizio 8** Sia  $\Sigma = \{4, 5\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  che, interpretate come numero in notazione decimale, rappresentano un intero che diviso per 3 ha come resto 1.

**Esercizio 9** Sia  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Costruite un automa che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  che, interpretate come numero in notazione binaria, rappresentano un intero che diviso per 5 ha come resto 1.

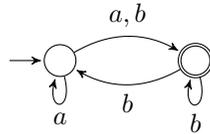
**Esercizio 10** Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$  i cui ultimi due simboli sono uguali. Disegnate poi un automa a stati finiti nondeterministico e un automa a stati finiti deterministico che accetti tale linguaggio.

**Esercizio 11** Scrivete un'espressione regolare per il linguaggio formato da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$  in cui il primo e l'ultimo simbolo sono uguali. Disegnate poi un automa a stati finiti nondeterministico e un automa a stati finiti deterministico che accetti tale linguaggio.

**Esercizio 12** Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella figura seguente:



**Esercizio 13** Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella figura seguente:



**Esercizio 14** Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella tabella seguente:

	$a$	$b$
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
$*q_1$	$\emptyset$	$\{q_0, q_1\}$

**Esercizio 15** Costruite un automa deterministico equivalente all'automato nondeterministico rappresentato nella tabella seguente:

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
$q$	$\{r\}$	$\{r\}$
$r$	$\{s\}$	$\emptyset$
$*s$	$\{s\}$	$\{s\}$

**Esercizio 16** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa nondeterministico che accetti il linguaggio costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\Sigma$  nelle quali il terzultimo e il penultimo simbolo sono uguali.

Esprimete questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 17** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe contenenti due  $a$  separate da un numero di simboli multiplo di 4.

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 18** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe in cui il primo e l'ultimo simbolo sono differenti.

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 19** Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Costruite un automa che accetti l'insieme delle stringhe formate da 0 o più ripetizioni della stringa  $ab$  oppure da 0 o più ripetizioni della stringa  $aa$ .

Esprimate questo linguaggio con un'espressione regolare.

**Esercizio 20** Disegnate degli automi a stati finiti equivalenti alle seguenti espressioni regolari:

- $01^*$
- $(0 + 1)^*1(0 + 1)$
- $00(0 + 1)^*$

**Esercizio 21** Disegnate degli automi a stati finiti equivalenti alle seguenti espressioni regolari:

- $(0 + 1)01$
- $10 + (0 + 11)0^*1$

**Esercizio 22** Disegnate un automa a stati finiti equivalente alle seguente espressione regolare:

$$((0 + 1)(0 + 1))^* + ((0 + 1)(0 + 1)(0 + 1))^*$$

**Esercizio 23** Disegnate un automa a stati finiti equivalente alle seguente espressione regolare:

$$((0 + 1 + \varepsilon)(0 + 1)(0 + 1))^*$$

**Esercizio 24** Ricavate un'espressione regolare per l'automato descritto nella tabella seguente:

	0	1
$\rightarrow q_1$	$q_2$	$q_1$
$q_2$	$q_3$	$q_1$
$*q_3$	$q_3$	$q_2$

**Esercizio 25** Considerate il linguaggio  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ .  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere  $L$ . Fornite una grammatica per  $L$ .

**Esercizio 26** Considerate il linguaggio  $L$  costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{(,)\}$  che rappresentano sequenze di parentesi bilanciate.  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere  $L$ . Fornite una grammatica per  $L$ .

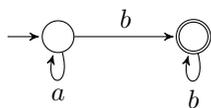
**Esercizio 27** Considerate il linguaggio  $L = \{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$ .  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per  $L$ .

**Esercizio 28** Considerate il linguaggio  $L = \{0^n 1^m \mid n \leq m\}$ .  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per  $L$ .

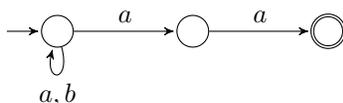
**Esercizio 29** Considerate il linguaggio  $L = \{0^n 1^m \mid n \geq m\}$ .  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per  $L$ .

**Esercizio 30** Considerate il linguaggio  $L = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 1\}$ .  $L$  è regolare? Giustificate la risposta. Scrivete una grammatica per  $L$ .

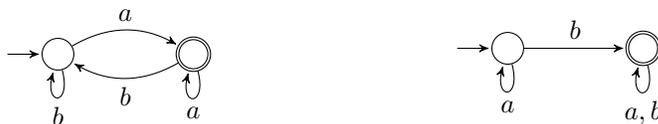
**Esercizio 31** Scrivete un'espressione regolare per il complemento del linguaggio accettato dall'automata rappresentato nella seguente figura:



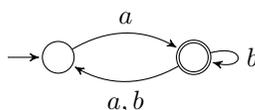
**Esercizio 32** Disegnate un automata che accetti il complemento del linguaggio riconosciuto dal seguente automata:



**Esercizio 33** Disegnate un automata che accetti l'intersezione dei linguaggi riconosciuti dai seguenti automi:

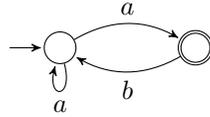


**Esercizio 34** Sia  $L$  il linguaggio riconosciuto dal seguente automata:



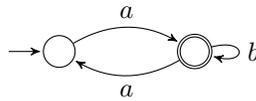
Disegnate un automa per  $L^c$ . Determinate un'espressione regolare per  $LL^c$ .

**Esercizio 35** Sia  $L$  il linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



Disegnate un automa per  $L^c$ . Determinate un'espressione regolare per  $LL^c$ .

**Esercizio 36** Sia  $L$  il linguaggio riconosciuto dal seguente automa:



Disegnate un automa che accetti tutte le stringhe di lunghezza pari di  $L^c$ .

**Esercizio 37** Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{w\#w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}.$$

N.B. Data una stringa  $x$ ,  $x^R$  è la stringa che si ottiene leggendo  $x$  al contrario. Ad esempio, se  $x = aab$  allora  $x^R = baa$ .

**! Esercizio 38** Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{w\#w^{R2} \mid w \in \{a, b\}^*\},$$

dove, data una stringa  $x$ , con  $x^{R2}$  si denota la stringa che si ottiene leggendo  $x$  al contrario e ripetendo ciascun simbolo 2 volte. Ad esempio, se  $x = aab$  allora  $x^{R2} = bbaaaa$ .

**Esercizio 39** Considerate il linguaggio  $L$  costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  che contengono lo stesso numero di  $a$  e lo stesso numero di  $b$ . Descrivete un automa a pila per  $L$ . Scrivete una grammatica che generi  $L$ .

**Esercizio 40** Considerate il linguaggio  $L$  costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  in cui il numero di  $a$  è il doppio del numero di  $b$ . Descrivete un automa a pila per  $L$ .

**! Esercizio 41** Considerate il linguaggio  $L$  costituito da tutte le stringhe sull'alfabeto  $\{a, b\}$  in cui il numero di  $a$  è il doppio del numero di  $b$  oppure il numero di  $b$  è il doppio del numero di  $a$ . Descrivete un automa a pila e una grammatica per  $L$ .

**Esercizio 42** Descrivete un automa a pila che accetti il linguaggio

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ o } i = k\}.$$

**Esercizio 43** Considerate il linguaggio  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere  $L$ .

**Esercizio 44** Considerate i linguaggi  $L_1 = \{a^i b^j c^j \mid i, j \geq 0\}$  e  $L_2 = \{a^h b^k c^k \mid h, k \geq 0\}$ .

- $L_1$  e  $L_2$  sono liberi dal contesto?
- $L_1 \cup L_2$  è libero dal contesto?
- $L_1 \cap L_2$  è libero dal contesto?

**Esercizio 45** Considerate il linguaggio  $L = \{a^k b^j a^k b^j \mid k, j \geq 0\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**! Esercizio 46** Considerate il linguaggio  $L = \{a^k \mid k \text{ è un numero primo}\}$ .  $L$  è regolare?  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**Esercizio 47** Considerate il linguaggio  $L = \{a^k \mid k \text{ è un numero dispari}\}$ .  $L$  è regolare?  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**Esercizio 48** Considerate il linguaggio  $L = \{ww^R w \mid w \in \{a, b\}^*\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**Esercizio 49** Considerate il linguaggio  $L = \{ww^R w \mid w \in \{a\}^*\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**!! Esercizio 50** Considerate il linguaggio  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^R\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**Esercizio 51** Considerate il linguaggio  $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta. Descrivete un dispositivo in grado di riconoscere  $L$ .

**! Esercizio 52** Considerate il linguaggio  $L = \{ww' \mid w, w' \in \{a, b\}^*, |w| = |w'| \text{ e } w \neq w'\}$ .  $L$  è libero dal contesto? Giustificate la risposta.

**Esercizio 53** Dimostrate che Java non è un linguaggio regolare.

**! Esercizio 54** Scrivete una grammatica non ambigua per il linguaggio delle parentesi bilanciate.

**Esercizio 55** Descrivete una macchina di Turing a un nastro che riconosca l'insieme delle parentesi bilanciate.

**Esercizio 56** Esiste una macchina di Turing in grado di riconoscere  $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$ ? Giustificate la risposta.

**! Esercizio 57** Se avete risposto positivamente alla domanda dell'esercizio precedente, descrivete una macchina di Turing in grado di riconoscere il linguaggio  $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$ ? (Se non riuscite a costruire una macchina a un nastro, provate con una macchina a più nastri.)

**Esercizio 58** Esiste un automa a pila in grado di riconoscere il linguaggio  $L = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$ ? Giustificate la risposta.

**Esercizio 59** Esiste una macchina di Turing in grado di riconoscere  $L = \{a^{n!} \mid n \geq 0\}$ ? Giustificate la risposta. È un automa a pila?

**Esercizio 60** Descrivete una macchina di Turing a più nastri che ricevendo in ingresso una stringa della forma  $\#x\#y\#$  dove  $x, y \in \{0, 1\}^*$  rappresentano due numeri in notazione binaria e  $\#$  è un simbolo separatore, produca in output una stringa binaria che rappresenti la somma dei due numeri.

**Esercizio 61** Descrivete una macchina di Turing a più nastri che ricevendo in ingresso una stringa della forma  $\#x\#y\#$  dove  $x, y \in \{0, 1\}^*$  rappresentano due numeri in notazione binaria e  $\#$  è un simbolo separatore, produca in output una stringa binaria che rappresenti il massimo tra i due numeri.