

Algoritmi Euristici

Corso di Laurea in Informatica e Corso di Laurea in Matematica

Roberto Cordone

DI - Università degli Studi di Milano



- Lezioni: **Lunedì 13.30 - 15.30 in Aula G30**
Giovedì 13.30 - 15.30 in Aula G30
- Ricevimento: **su appuntamento**
- Tel.: **02 503 16235**
- E-mail: **roberto.cordone@unimi.it**
- Web page: **<http://homes.di.unimi.it/~cordone/courses/2018-ae/2018-ae.html>**

Euristiche di ricombinazione

Le euristiche costruttive e di scambio gestiscono una soluzione alla volta (eccettuato l'*Ant System*)

Le euristiche di ricombinazione gestiscono molte soluzioni in parallelo

- partono da un insieme (**popolazione**) di soluzioni (**individui**) ottenuto in qualche modo
- ricombinano individui producendo una nuova popolazione

Il loro aspetto originale è l'uso di operazioni che lavorano su più soluzioni, ma spesso includono elementi delle altre euristiche (a volte ribattezzati)

Alcune sono quasi o del tutto deterministiche

- *Scatter Search*
- *Path Relinking*

altre fanno forte uso di passi casuali (spesso in base a metafore biologiche)

- algoritmi genetici
- algoritmi memetici
- strategie evolvuzionistiche

Ovviamente l'efficacia di un metodo non dipende dalla metafora fondante

L'idea di fondo è che

- soluzioni buone condividono componenti con l'ottimo globale
- soluzioni diverse possono condividere componenti diverse
- combinando soluzioni diverse è possibile fondere componenti ottime più facilmente che costruendole un passo per volta

Lo schema tipico delle euristiche di ricombinazione è

- costruire una popolazione iniziale di soluzioni
- finché non si verifica un'opportuna condizione di termine produrre popolazioni successive (**generazioni**)
- per ogni generazione
 - estrarre sottoinsiemi di individui (di solito uno o due)
 - applicare operazioni di scambio agli individui singoli
 - applicare operazioni di ricombinazione ai sottoinsiemi
 - raccogliere gli individui generati dalle operazioni
 - scegliere se accettare o no ogni nuovo individuo (e in quante copie) producendo così una nuova popolazione

Scatter Search

La *Scatter Search* (SS), proposta da Glover nel 1977

- 1 genera una popolazione iniziale di soluzioni
- 2 le migliora con una procedura di scambio
- 3 costruisce un insieme di riferimento (*reference set* $R = R_B \cup R_D$)
 - il sottoinsieme R_B contiene le migliori soluzioni note
 - il sottoinsieme R_D contiene le soluzioni più distanti tra loro e da R_B (occorre una definizione di distanza, per es. quella di Hamming)
- 4 per ogni coppia di soluzioni $(x, y) \in R_B \times (R_B \cup R_D)$
 - “ricombina” x e y , generando z
 - migliora z ottenendo z' con una procedura di scambio
 - se $z' \notin R_B$ e in R_B c'è una soluzione peggiore, la sostituisce con z' (non vogliamo copie nel reference set)
 - se $z' \notin R_D$ e in R_D c'è una soluzione più vicina, la sostituisce con z' (non vogliamo copie nel reference set)
- 5 termina quando R rimane invariato

La logica è che

- le ricombinazioni in $R_B \times R_B$ intensificano la ricerca
- le ricombinazioni in $R_B \times R_D$ diversificano la ricerca

Procedura di ricombinazione

La procedura di ricombinazione dipende dal problema

Spesso, ci si limita a trattare x e y come sottoinsiemi

- 1 prima z include tutti gli elementi condivisi da x e y : $z := x \cap y$
- 2 poi si aggiungono a z elementi estratti a caso alternativamente da $x \setminus y$ e da $y \setminus x$, fino a ottenere una soluzione ammissibile

Se il sottoinsieme z ottenuto è inammissibile, un'euristica di scambio ausiliaria (**procedura di riparazione**) riporta z all'ammissibilità

Esempi:

- nell'*MDP*, basta ottenere m punti: non occorre riparazione
- nel *Max-SAT*, bastano m assegnamenti: non occorre riparazione
- nel *KP*, si prendono elementi alternativamente da $x \setminus y$ e da $y \setminus x$, evitando quelli che eccedono la capacità

Path Relinking

Il *Path Relinking* (PR), proposto da Glover nel 1996, si usa generalmente come procedura finale di intensificazione più che come metodo a sé

Dato un intorno N su cui si basa un'euristica ausiliaria di scambio

- raccoglie in un insieme di riferimento R le migliori soluzioni generate dall'euristica ausiliaria (soluzioni di élite)
- per ogni coppia di soluzioni x e y in R
 - costruisce un cammino da x a y nello spazio di ricerca dell'intorno N applicando a $z^{(0)} = x$ l'euristica ausiliaria di scambio, ma scegliendo a ogni passo la soluzione più vicina alla destinazione y

$$z^{(k+1)} := \arg \min_{z \in N(z^{(k)})} D(z, y)$$

dove R_D è un'opportuna funzione metrica sulle soluzioni

A pari distanza, ottimizza la funzione obiettivo f del problema

- trova la miglior soluzione z_{xy}^* lungo il cammino

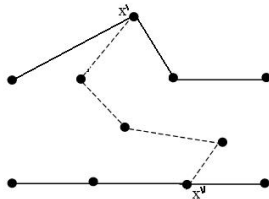
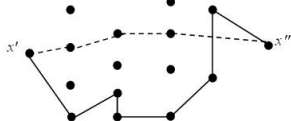
$$z_{xy}^* := \arg \min_k f(z^{(k)})$$

- se $z_{xy}^* \notin R$ ed è migliore di una di quelle di R , la inserisce in R

Cammini di *relinking*

I cammini esplorati in questo modo

- **intensificano la ricerca**, perché collegano soluzioni buone
- **diversificano la ricerca**, perché in genere sono diversi da quelli seguiti dall'euristica di scambio (soprattutto se gli estremi sono lontani)



- poiché la distanza di $z^{(k)}$ da y cala via via, si possono esplorare
 - soluzioni peggioranti senza il rischio di comportamenti ciclici
 - sottoinsiemi inammissibili senza il rischio di non riuscire a riottenere soluzioni ammissibili

(utili non in sé, ma per aprire la strada a miglioramenti)

Varianti del *Path Relinking*

- il *backward path relinking* costruisce il cammino all'indietro da y a x
- il *back-and-forward path relinking* costruisce entrambi i cammini
- il *mixed path relinking* costruisce un cammino facendo un passo per volta alternativamente da ogni estremo (aggiornando la destinazione)
- il *truncated path relinking* costruisce solo il principio del cammino (utile se sperimentalmente le soluzioni buone sono vicine fra loro)