Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

Docenti: M. Goldwurm, S. Aguzzoli

Appello del 6 Giugno 2002

Progetto "Rettangoli"
Consegna entro il 28 Giugno 2002

Il problema

L'obiettivo è quello di studiare la disposizione di rettangoli in un piano.
Il *piano* $P(n,m)$ di riferimento ha dimensione fissata $n \times m$ ($n, m > 0$ interi):

$$P(n,m) = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{Z}\ ,\ 0 \le x \le n\ ,\ 0 \le y \le m\}.$$

Usiamo la notazione $R(a,b,c,d)$ per denotare il rettangolo il cui vertice in basso a sinistra ha coordinate (a,b) e il vertice in alto a destra ha coordinate (c,d), dove $0 \le a < c \le n$ e $0 \le b < d \le m$. Formalmente:

$$R(a,b,c,d) = \{(x,y) \in \mathbb{Z}^2 \mid a \le x \le c,\ b \le y \le d\}.$$

Due rettangoli sono *adiacenti* se hanno in comune almeno un punto (quindi, ogni rettangolo è adiacente a se stesso). Un *cammino* da R_1 a R_h è una sequenza di rettangoli $R_1, \ldots, R_h$ tali che R_i è adiacente a R_{i+1} per $1 \le i \le h-1$. Diciamo che un insieme $\mathcal{R}$ di rettangoli è *connesso* se, per ogni $Q, R \in \mathcal{R}$, esiste un cammino da Q a R contenuto in $\mathcal{R}$. Un *blocco* è un insieme di rettangoli tale che $\mathcal{R}$ è connesso e, per ogni rettangolo $Q \notin \mathcal{R}$, $\mathcal{R} \cup \{Q\}$ non è connesso. Un blocco è identificato dal suo bordo che è la linea poligonale chiusa che delimita l'unione dei rettangoli appartenenti al blocco. Per descrivere un blocco, si elencano le coordinate dei vertici del suo bordo che si incontrano percorrendolo in senso orario a partire dal vertice V di coordinate *minime* rispetto all'ordine stretto $<$ definito da:

$$(x,y) < (x',y') \qquad \text{se e solo se} \qquad (x < x') \quad \text{oppure} \quad (x = x' \text{ e } y < y').$$

Questo significa che, se V ha coordinate (a,b), allora per ogni altro vertice (x,y) del blocco deve valere $a < x$ oppure $a = x$ e $b < y$. Si noti che, qualora si aggiunga a un blocco un rettangolo completamente incluso nell'unione dei rettangoli costituenti il blocco stesso, il bordo del blocco non viene modificato da questa aggiunta e quindi nemmeno la sua descrizione.

Consideriamo l'esempio in Figura 1 in cui è definito un piano di dimensione 33×19:

Nel piano $P(33,19)$ sono stati inseriti i rettangoli:

$$A \equiv R(2,2,7,6) \quad B \equiv R(4,1,15,9) \quad C \equiv R(5,5,11,14) \quad D \equiv R(10,12,18,15)$$
$$E \equiv R(20,2,25,6) \quad F \equiv R(23,1,32,4) \quad G \equiv R(25,6,30,9)$$

Si noti che, ad esempio, A e B sono adiacenti, A e C sono adiacenti, E e G sono adiacenti. I blocchi presenti sono due:

$$\mathbf{B_1} = \{A,\, B,\, C,\, D\} \qquad \mathbf{B_2} = \{E,\, F,\, G\}$$

La successione di vertici che descrive il blocco $\mathbf{B_1}$ è:

$(2,2)$, $(2,6)$, $(4,6)$, $(4,9)$, $(5,9)$, $(5,14)$, $(10,14)$, $(10,15)$, $(18,15)$, $(18,12)$, $(11,12)$, $(11,9)$
$(15,9)$ $(15,1)$ $(4,1)$ $(4,2)$

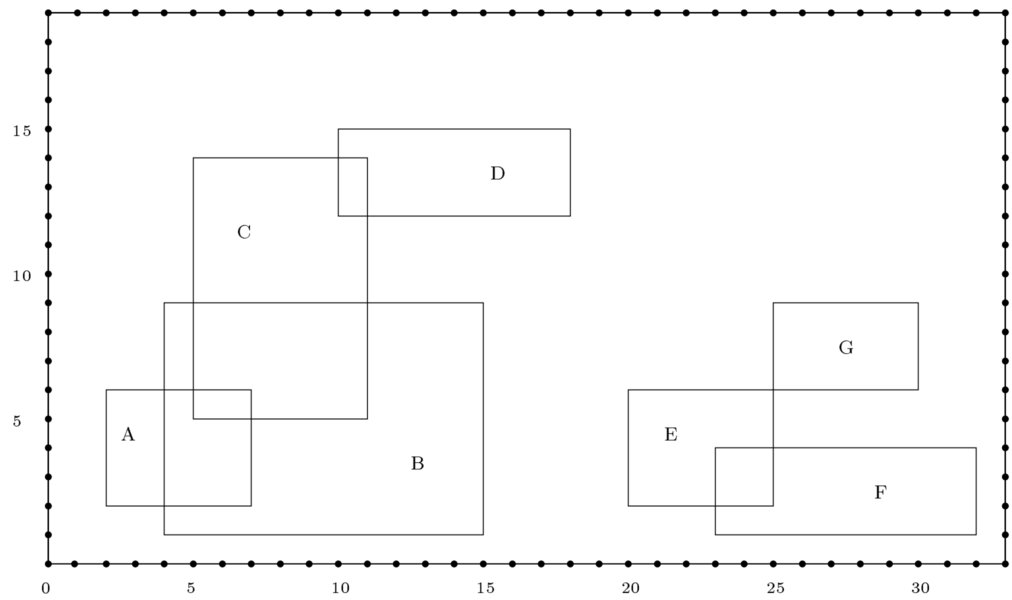

Figura 1: Un esempio

Il blocco $\mathbf{B_2}$ è descritto dalla seguente successione:

$$(20,2),\ (20,6),\ (25,6),\ (25,9),\ (30,9),\ (30,6),\ (25,6),\ (25,4),(32,4),\ (32,1),\ (23,1),\ (23,2)$$

Si noti che nel blocco $\mathbf{B_2}$ il vertice $(25,6)$ appare due volte, poiché nella costruzione della successione descrivente $\mathbf{B_2}$ tale vertice è incontrato due volte.

Si richiede di implementare una struttura dati efficiente che permetta di eseguire le operazioni descritte sotto.

- **crea (n,m)**

  Crea un piano rettangolare di dimensione $n \times m$ (se un piano è già definito esso viene eliminato).

- **inserisci (a, b, c, d)**

  Controlla che $R(a,b,c,d)$ possa essere inserito in $P(n,m)$, vale a dire $0 \leq a < c \leq n$ e $0 \leq b < d \leq m$. Se il controllo ha successo il rettangolo $R(a,b,c,d)$ viene inserito nel piano, altrimenti non viene fatto altro.

- **blocco(a,b)**

  Restituisce -1 se il punto $(a,b) \in \mathbb{Z}^2$ non appartiene ad alcun blocco, altrimenti restituisce la descrizione del blocco cui il punto appartiene.

- **perim(a,b)**

  Restituisce -1 se il punto $(a,b) \in \mathbb{Z}^2$ non appartiene ad alcun blocco, altrimenti restituisce il perimetro del blocco cui il punto appartiene.

Si tenga presente che la dimensione del piano può essere *grande* rispetto alla dimensione complessiva dei rettangoli presenti nel piano, quindi *non è sicuramente efficiente rappresentare il piano mediante una* *bit-map di tipo* $n \times m$ (o strutture analoghe); si devono inoltre evitare procedure che effettuano ricerche su *tutto* il piano.

Specifiche di implementazione

Il programma deve leggere dallo standard input (`stdin`) una sequenza di linee (separate da `\n`), ciascuna delle quali corrisponde a una linea della prima colonna della Tabella 1, dove a, b, c e d sono numeri naturali e i vari elementi sulla linea sono separati da uno o più spazi. Quando una linea è letta, viene eseguita l'operazione associata; le operazioni di stampa sono effettuate sullo standard output (`stdout`), e ogni operazione deve iniziare su una nuova linea. Le eventuali linee di input non conformi a questa specifica devono essere ignorate.

L'output deve essere prodotto nel formato sotto specificato *subito dopo* l'esecuzione del comando (non al termine del programma).

LINEA DI INPUT	OPERAZIONE
`c` a b	**crea (a b)**
`i` a b c d	**inserisci (a, b, c, d)**
`b` a b	Stampa l'output di **blocco (a, b)** secondo il formato sotto specificato.
`p` a b	Stampa l'output di **perim (a, b)** secondo il formato sotto specificato.
`f`	Stampa il carattere `f` e termina l'esecuzione del programma

Tabella 1: Specifiche del programma

Si noti che non devono essere presenti vincoli sulla dimensione del piano (se non quelli determinati dal tipo di dato intero). Non si richiede – anzi si sconsiglia – l'uso di grafica, se non per test personali; in particolare, non si usi `conio.h` e neppure `clrscr()`.

Formato per la stampa dell'output di blocco(a, b)

Se **blocco(a, b)** restituisce -1, la linea di output da stampare è la seguente:

```
b  -1
```

Altrimenti, siano $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ le coordinate che descrivono il blocco a cui appartiene il punto (a, b), secondo l'ordine specificato sopra. Le linee di output da stampare sono le seguenti:

```
b (
x1 y1
x2 y2
 ..
xk yk
)
```

Formato per la stampa dell'output di perim(a b)

Sia n il valore calcolato da **perim(a, b)** ($n \geq -1$); la linea di output da stampare è la seguente:

```
p n
```

Esempio

Si supponga che le linee di input siano:

```
c 30 20
i 10 4 18 11
i 19 17 24 18
b 15 10
i 17 5 19 17
b 15 10
i 25 4 27 12
i 23 6 28 9
b 25 10
i 24 7 27 8
b 24  7
i 7 7 29 8
p 15 10
f
```

L'output prodotto dal programma deve essere:

```
b(
10 4
10 11
18 11
18 4
)
b(
10 4
10 11
17 11
17 17
19 17
19 18
24 18
24 17
19 17
19 5
18 5
18 4
)
b(
23 6
23 9
```

```
25 9
25 12
27 12
27 9
28 9
28 6
27 6
27 4
25 4
25 6
)
b(
23 6
23 9
25 9
25 12
27 12
27 9
28 9
28 6
27 6
27 4
25 4
25 6
)
p 96
f
```

Presentazione del progetto

Il progetto deve essere inviato per posta elettronica all'indirizzo `aguzzoli@dsi.unimi.it` entro il 28 Giugno 2002. La discussione del progetto e l'esame orale si svolgeranno venerdì 5 Luglio alle ore 9.

Occorre presentare:

1. il codice sorgente (rigorosamente ANSI C, compilabile con **gcc**);
2. una sintetica relazione (formato pdf o rtf) che illustra le strutture dati utilizzate e analizza il costo delle diverse operazioni.

I due file devono essere contenuti in un unico file `.zip` il cui nome dovrà essere `cognome.zip`. La relazione e il codice devono riportare il vostro nome, cognome e matricola.

Una copia cartacea della relazione e del codice deve inoltre essere consegnata al dr. Aguzzoli sempre entro il 28 Giugno 2002 (lasciandola eventualmente nella sua casella postale presso il dipartimento in via Comelico).

Si ricorda infine di presentarsi alla prova orale con una copia stampata della relazione e del codice.

Per ogni ulteriore chiarimento:
E-mail: `aguzzoli@dsi.unimi.it`
Ricevimento: il mercoledì, ore 15-16, stanza S211.

Avviso

La versione aggiornata del progetto è pubblicata in .pdf sul sito:
`http://homes.dsi.unimi.it/~aguzzoli/stefanodidattica.htm`.
Si consiglia di consultare periodicamente questo sito per eventuali correzioni, chiarimenti e/o altre informazioni relative al testo del progetto.