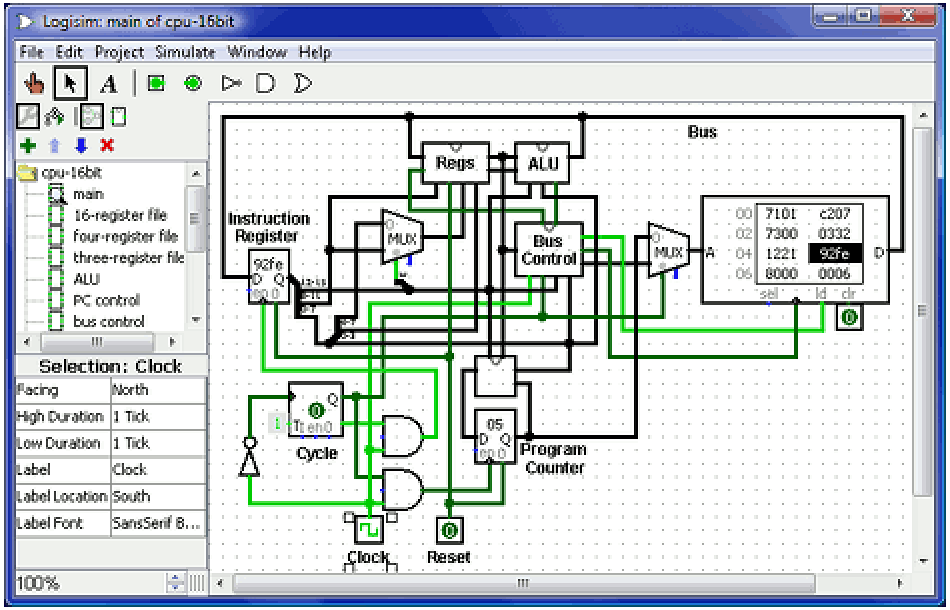
Introduzione alla progettazione digitale in Logisim

matteo.re@unimi.it
https://homes.di.unimi.it/re/arch1-lab-2017-2018.html

Logisim

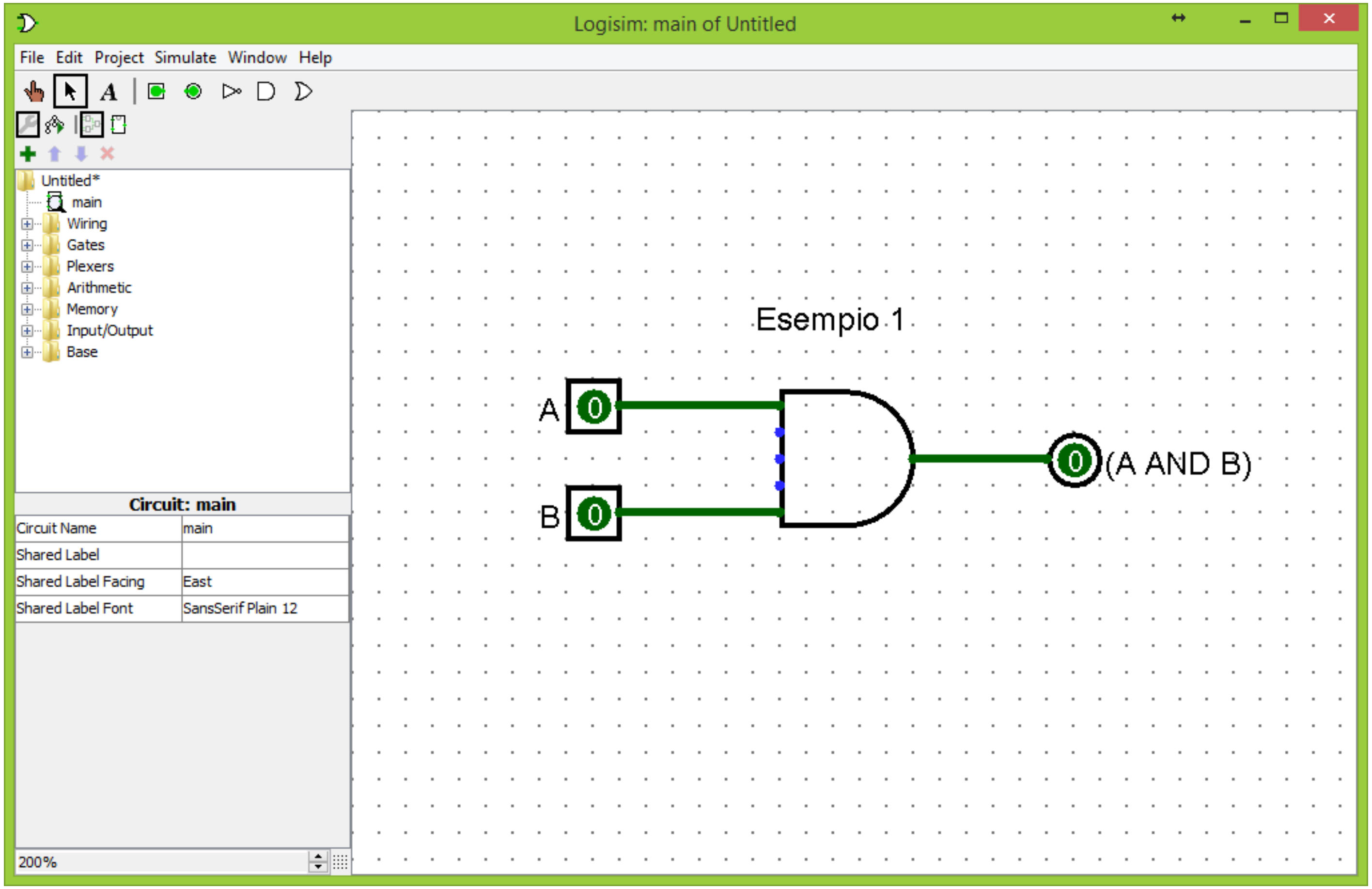
http://www.cburch.com/logisim/



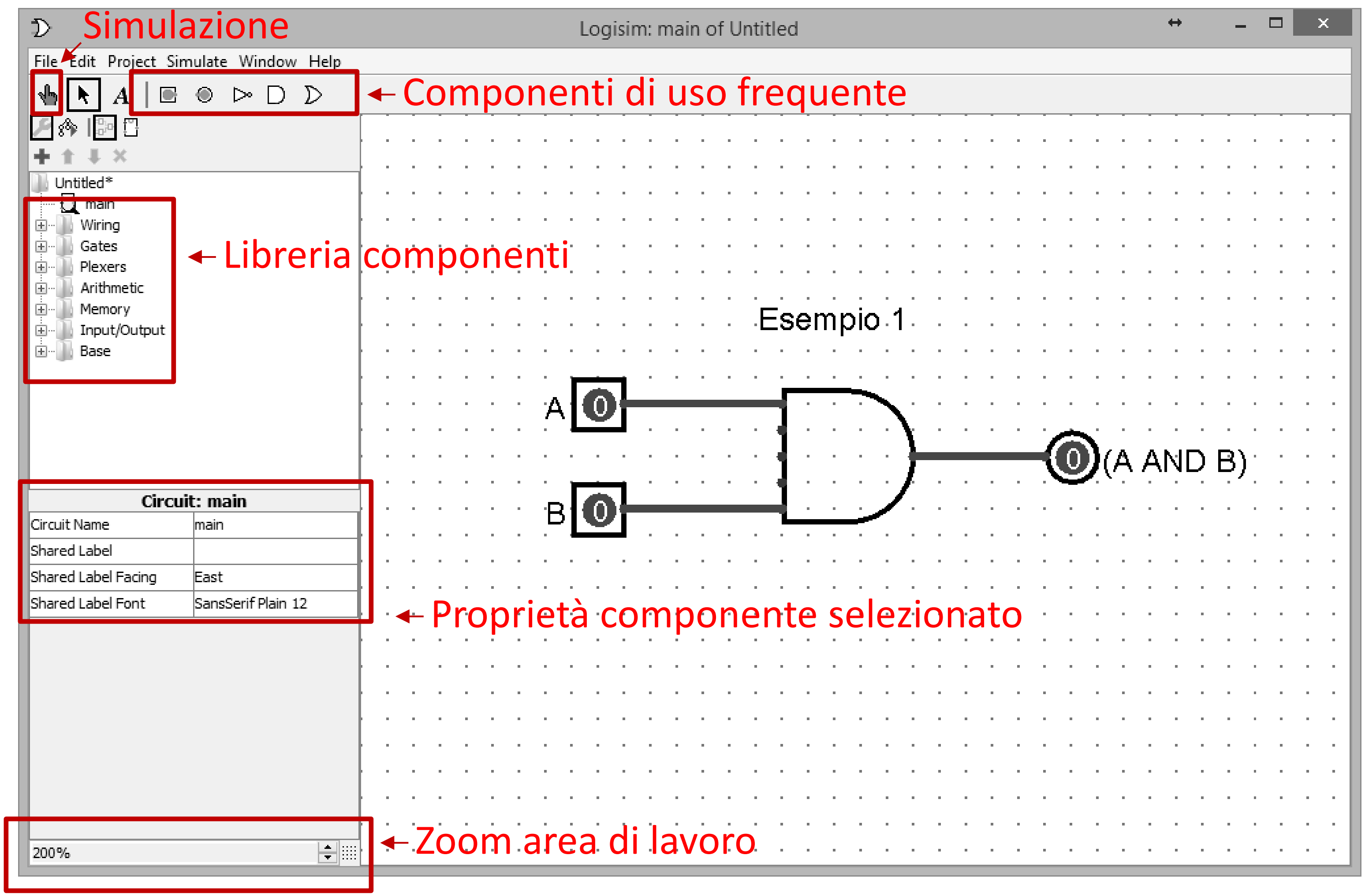
- Strumento software che permette di progettare e simulare circuiti logici digitali

Esempio

- Realizziamo un semplice circuito che, dati due segnali in ingresso A e B, calcoli `(A AND B)`



Esempio


Simulazione
Logisim: main of Untitled
File Edit Project Simulate Window Help
Componenti di uso frequente
Untitled*
main
Wiring
Gates
Plexers
Arithmetic
Memory
Input/Output
Base
Libreria componenti
Esempio 1
A
B
0
(A AND B)
Circuit: main
Circuit Name main
Shared Label
Shared Label Facing East
Shared Label Font SansSerif Plain 12
Proprietà componente selezionato
200%
Zoom area di lavoro

Operatori logici e proprietà

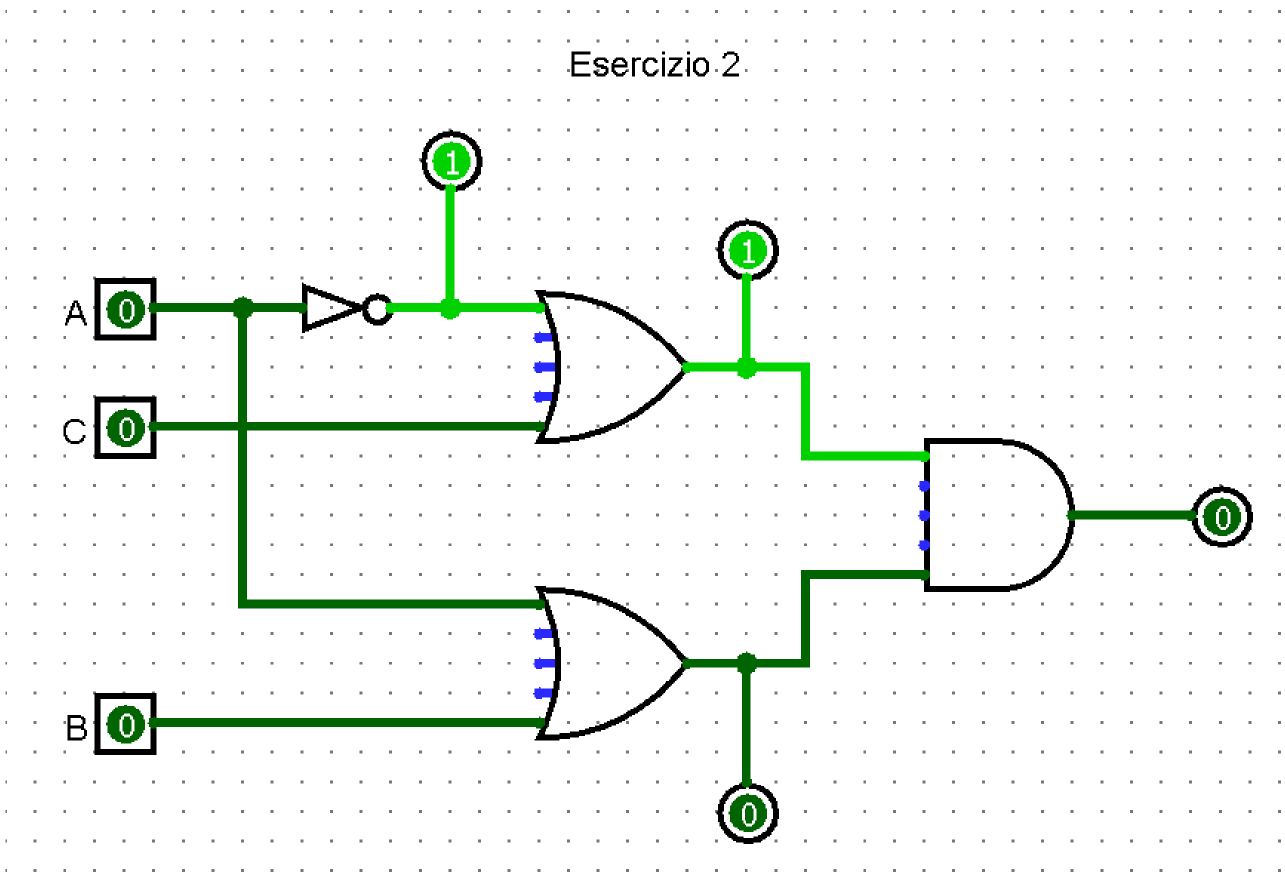
NOT	$\neg$	
AND	$\wedge$	Ordine di precedenza in assenza di parentesi
OR	$\vee$	

Richiamo delle proprietà

	AND	OR
Identità	$1 \wedge X = X$	$0 \vee X = X$
Elemento nullo	$0 \wedge X = 0$	$1 \vee X = 1$
Idempotenza	$X \wedge X = X$	$X \vee X = X$
Inverso	$X \wedge \neg X = 0$	$X \vee \neg X = 1$
Commutativa	$X \wedge Y = Y \wedge X$	$X \vee Y = Y \vee X$
Associativa	$(X \wedge Y) \wedge Z = X \wedge (Y \wedge Z)$	$(X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z)$
Distributiva	(di AND risp. ad OR) $X \wedge (Y \vee Z) = X \wedge Y \vee X \wedge Z$	(di OR risp. ad AND) $X \vee (Y \wedge Z) = (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$
Assorbimento I	$X \wedge (X \vee Y) = X$	$X \vee (X \wedge Y) = X$
Assorbimento II	$X \wedge (\neg X \vee Y) = X \wedge Y$	$X \vee (\neg X \wedge Y) = X \vee Y$
De Morgan	$\neg(X \wedge Y) = \neg X \vee \neg Y$	$\neg(X \vee Y) = \neg X \wedge \neg Y$

Esercizio 2

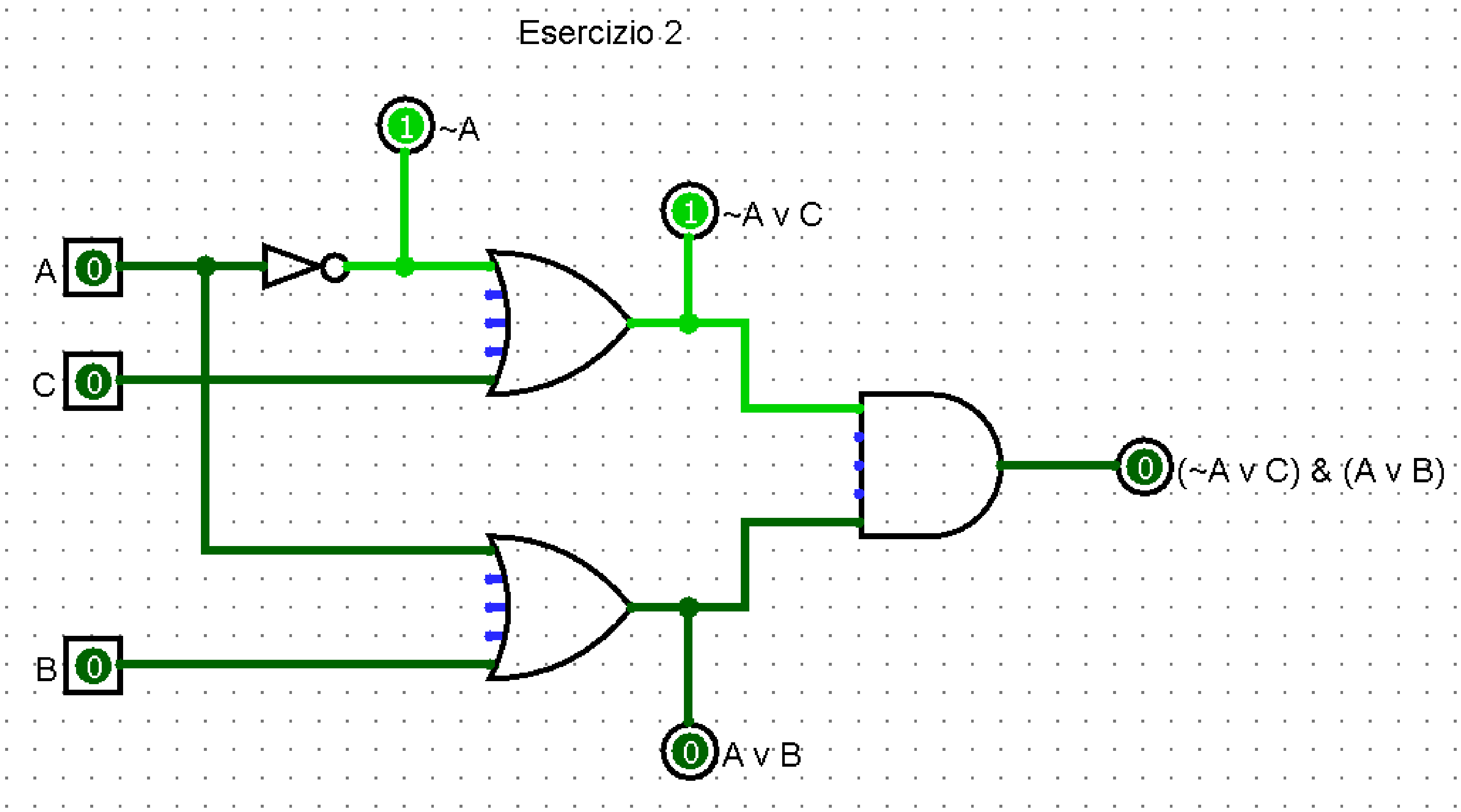
1. Si riproduca in Logisim il seguente circuito:



2. Si determini l'espressione logica di tutte le uscite (intermedie e finale)
3. Si scriva la tabella di verità del circuito

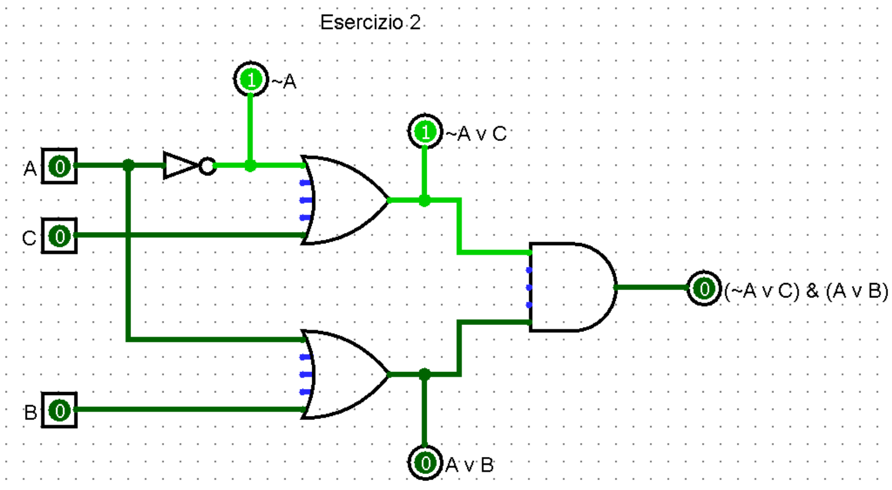
Esercizio 2

Label sui segnali (intermedi e finale)



Esercizio 2

Tabella di verità



A	B	C	$(\neg A \vee C) \wedge (A \vee B)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

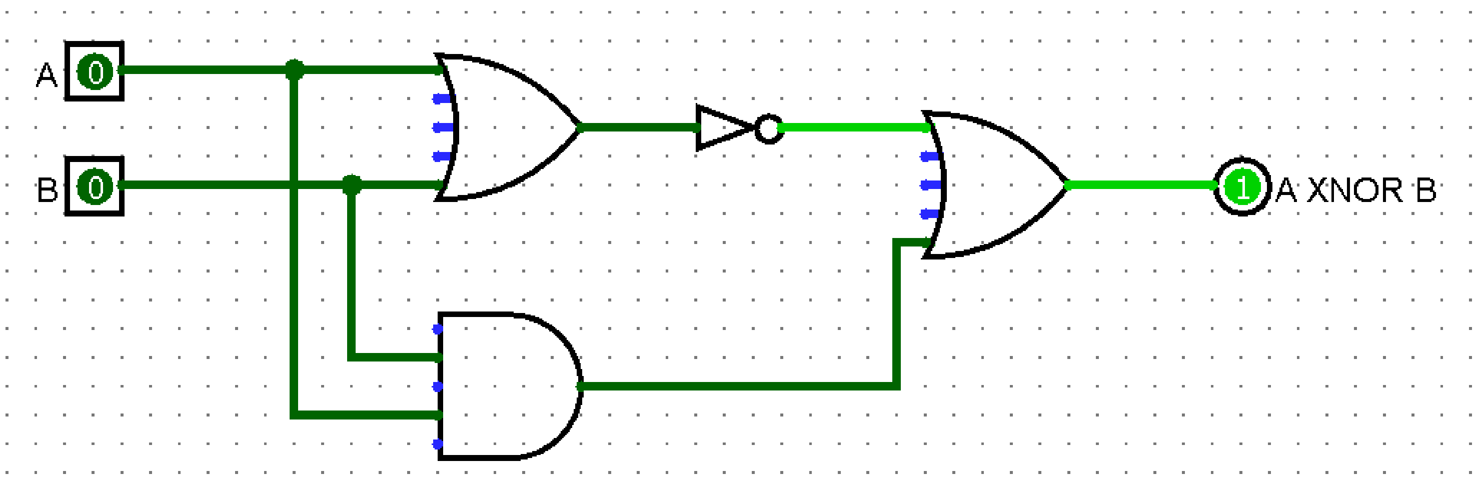
Esercizio 3

1. Dati due segnali A e B, si implementi un circuito che calcoli A XNOR B senza usare porte composte (NAND, NOR, XOR, XNOR)

2. Si derivi la tabella di verità e si osservi la funzione logica risultante

Suggerimento: $A\ XNOR\ B = \neg(A \vee B) \vee (A \wedge B)$

Esercizio 3

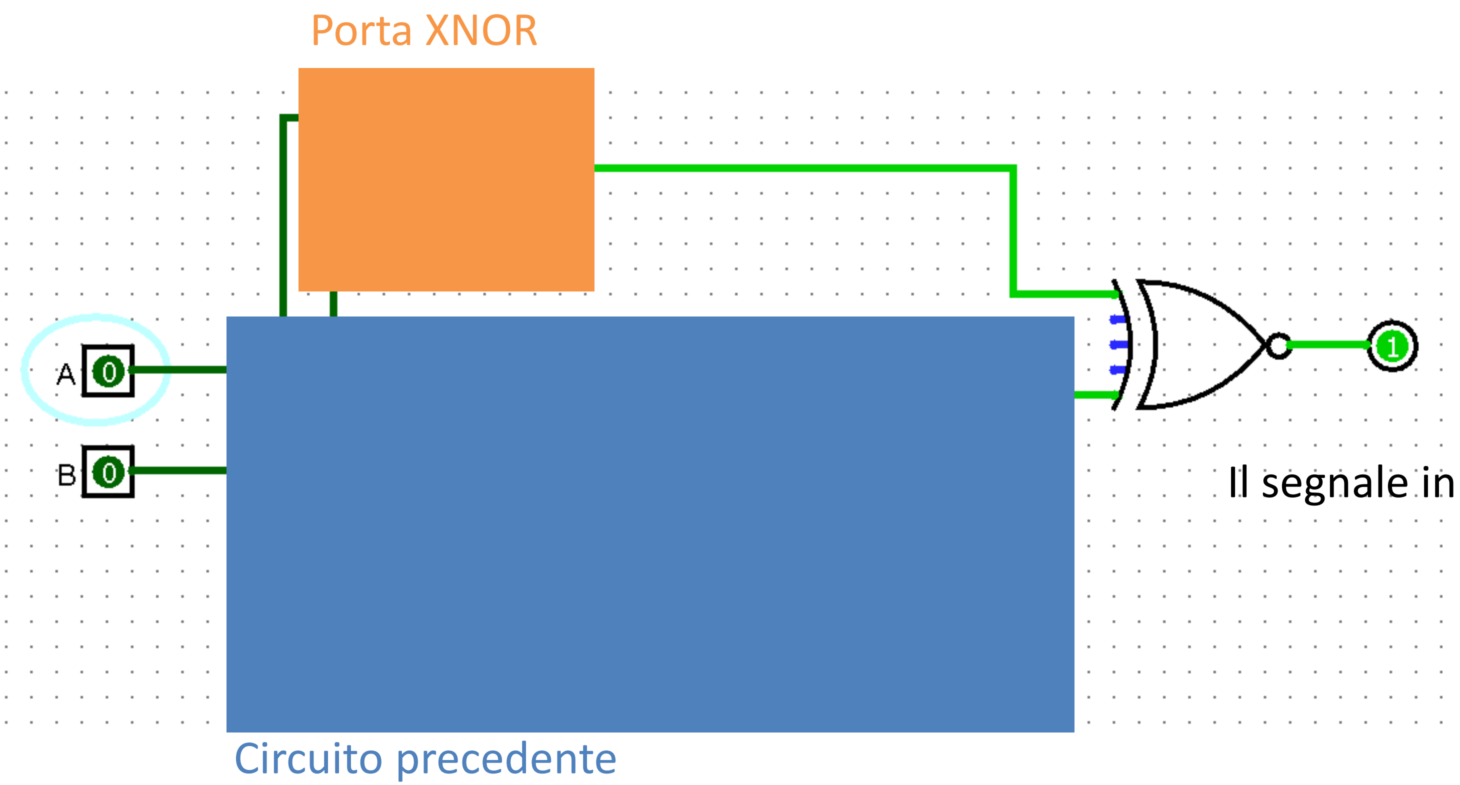


A	B	$\neg(A \vee B) \vee (A \wedge B)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La funzione risultante è l'**uguaglianza logica**: possiamo usare XNOR per confrontare il segnale in uscita a due diversi circuiti

Esercizio 3

Confronto il circuito prodotto con la porta XNOR:



Il segnale in uscita è sempre 1

Esercizio 4

Sia data la seguente espressione logica:

$$X = \neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$$

1. Si derivi la tabella di verità (si indichino anche alcune sotto-espressioni)

2. Si realizzi il circuito corrispondente e si verifichi la correttezza della tabella

Esercizio 4

Tabella di verità:

$$X = \neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$$

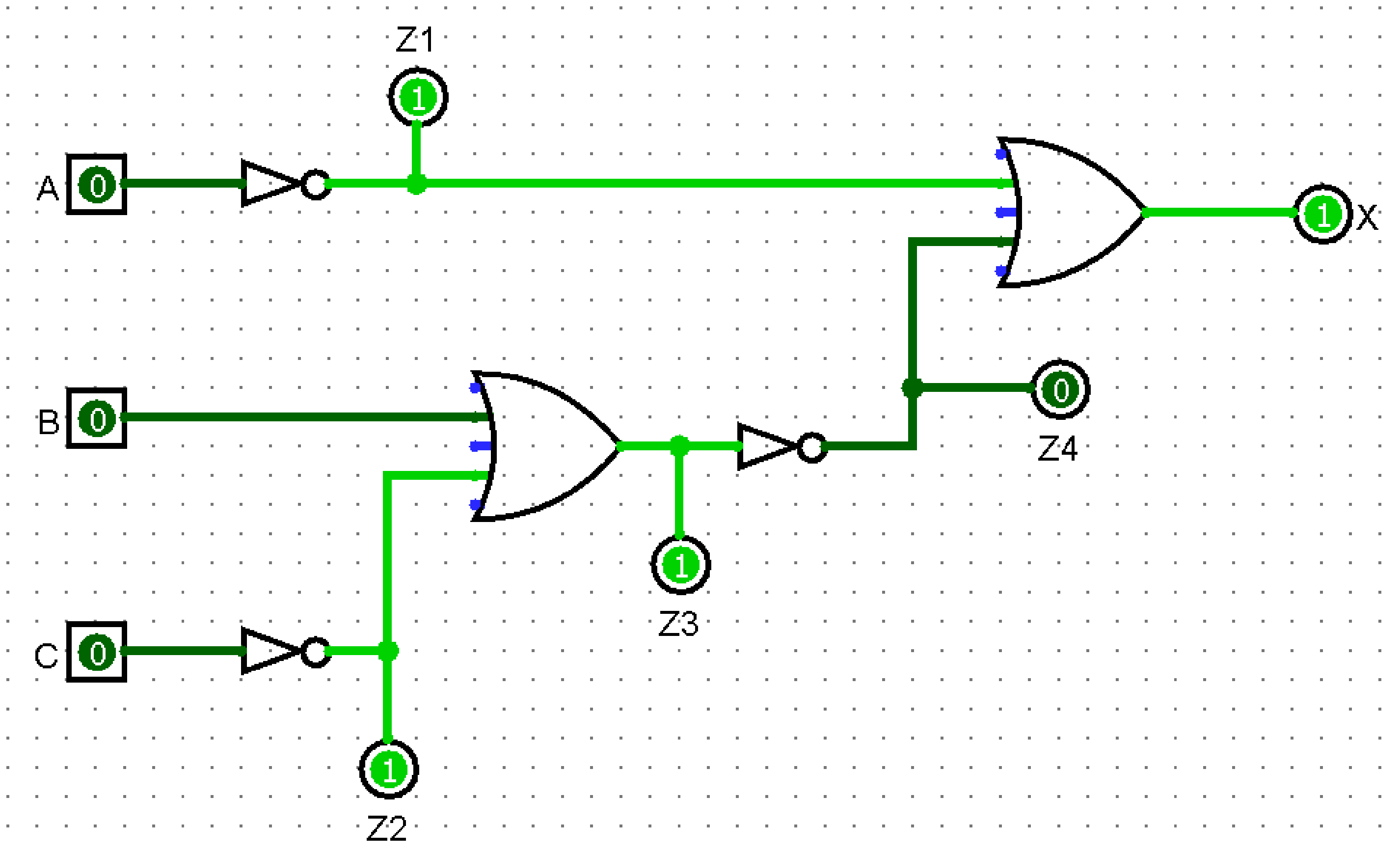
A	B	C	$Z_1 = \neg A$	$Z_2 = \neg C$	$Z_3 = (B \vee Z_2)$	$Z_4 = \neg Z_3$	$X = Z_1 \vee Z_4$
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0

Esercizio 4

Circuito:

$$X = \neg A \vee \neg (B \vee \neg C)$$

[redacted]



Esercizio 5

Dimostrare tramite manipolazioni algebriche (specificando le proprietà usate) che:

$$E_1 = E_2$$

dove:

$$E_1 = \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A$$

$$E_2 = (\neg B \wedge A) \vee (A \wedge C)$$

Si implementino i circuiti di E_1 e E_2 e si verifichi l'equivalenza tramite la porta XNOR

$$\begin{aligned}
E_1 = \quad & \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A & \\
= \quad & \neg((B \wedge \neg C) \wedge (\neg A \vee A)) \wedge A & \text{(distributiva)} \\
= \quad & \neg(B \wedge \neg C) \wedge A & \text{(inverso)} \\
= \quad & (\neg B \vee C) \wedge A & \text{(De Morgan)} \\
= \quad & (\neg B \wedge A) \vee (C \wedge A) & \text{(distributiva)} \\
= \quad & E_2 &
\end{aligned}$$

Esercizio 5

$$E_1 = \neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C) \wedge A$$

$$E_2 = (\neg B \wedge A) \vee (A \wedge C)$$

Esercizio 6

Si consideri la seguente espressione:

$$E_1 = (A\ NOR\ B) \wedge (C \vee \neg B)$$

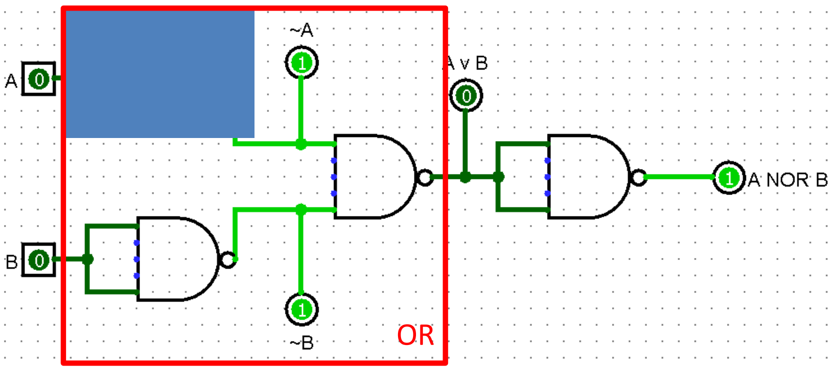
1. Si implementi il circuito corrispondente usando la sola porta NAND
2. Si mostri, con passaggi algebrici e confronto tra circuiti, che è equivalente a

$$E_2 = \neg A \wedge \neg B$$

A	B	$A\ NAND\ B$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Esercizio 6

Come realizzare NOT, OR, NOR con la sola NAND?

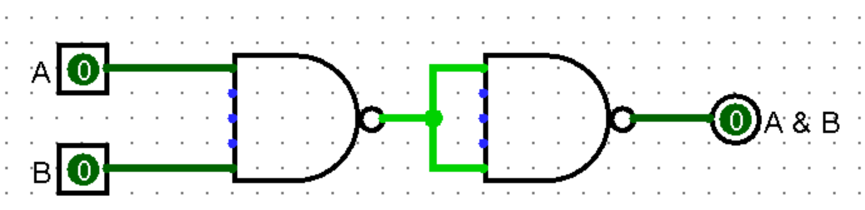


$$\begin{aligned} \neg A = &\quad \neg(A \wedge A) \\ = &\quad \text{A NAND A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \vee B = &\quad \neg(\neg A \wedge \neg B) && \text{(De Morgan)} \\ = &\quad \neg A\ NAND\ \neg B \\ = &\quad (A\ NAND\ A)\ NAND\ (B\ NAND\ B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A\ NOR\ B = &\quad \neg(A \vee B) \\ = &\quad ((A\ NAND\ A)\ NAND\ (B\ NAND\ B))\ \ NAND\ \ ((A\ NAND\ A)\ NAND\ (B\ NAND\ B)) \end{aligned}$$

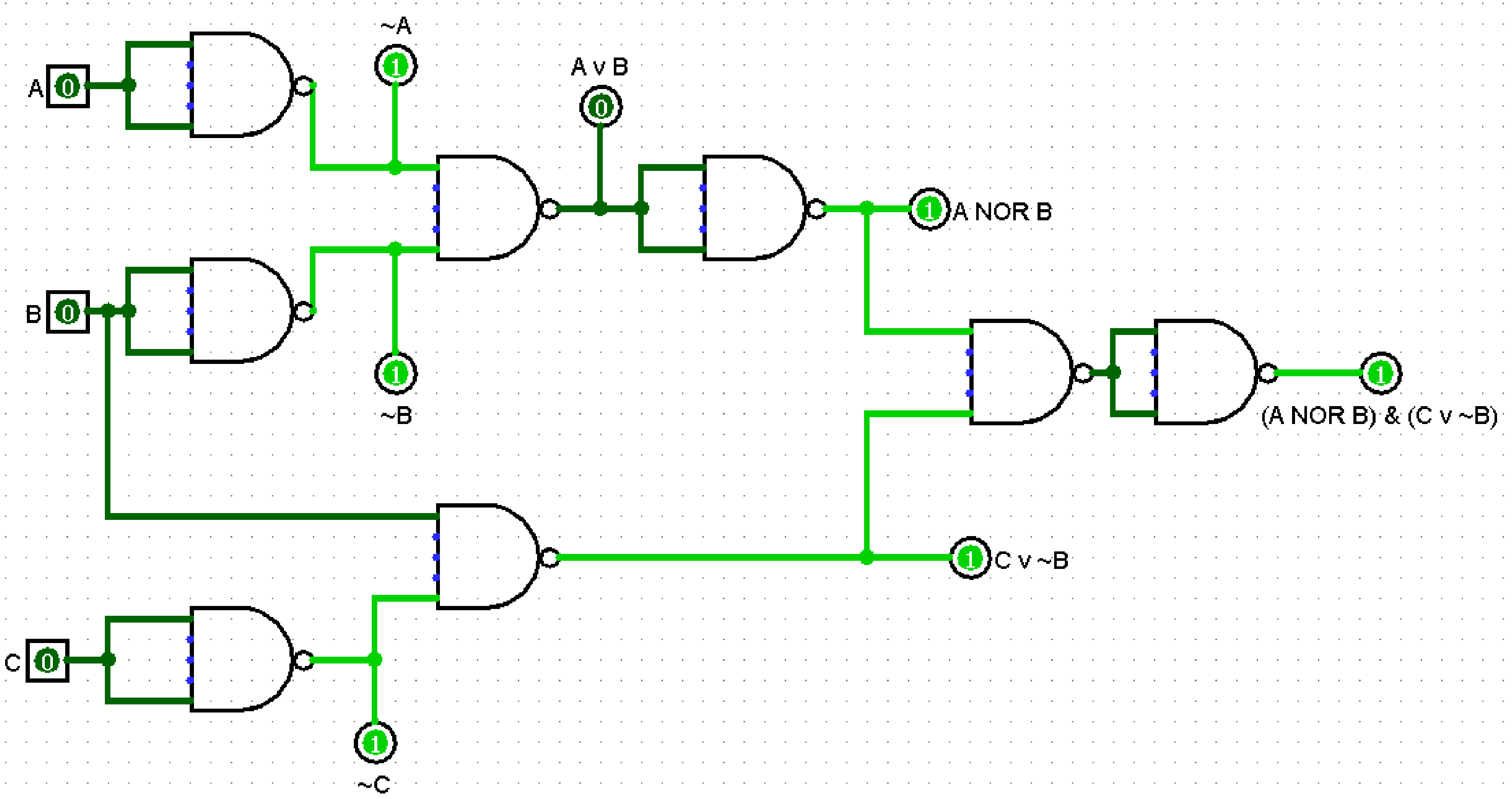
E AND?



$$\begin{aligned} A \wedge B = &\quad \neg\neg(A \wedge B) \\ = &\quad \neg(A\ NAND\ B) \\ = &\quad (A\ NAND\ B)\ NAND\ (A\ NAND\ B) \end{aligned}$$

Esercizio 6

$$E_1 = (A\ NOR\ B) \wedge (C \vee \neg B)$$



Esercizio 6

$E_1 = (A\ NOR\ B) \wedge (C \vee \neg B)$

$E_2 = \neg A \wedge \neg B$

$$
\begin{aligned}
E_1 = \quad & (A\ NOR\ B) \wedge (C \vee \neg B) & \\
= \quad & \neg(A \vee B) \wedge (C \vee \neg B) & \\
= \quad & (\neg A \wedge \neg B) \wedge (C \vee \neg B) & \text{(De Morgan)} \\
= \quad & (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg B) & \text{(distributiva)} \\
= \quad & ((\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \wedge \neg B)) & \text{(associativa)} \\
= \quad & ((\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B) & \text{(idempotenza)} \\
= \quad & \neg A \wedge \neg B & \text{(assorbimento)} \\
= \quad & E_2 &
\end{aligned}
$$

Esercizio 6

Confronto con $E_2 = \neg A \wedge \neg B$ utilizzando la porta XNOR