

## Proprietà della trasformata di Fourier

Proprietà	$s(t)$	$\leftrightarrow$	$S(f)$
Linearità	$a x(t) + b y(t)$		$a X(f) + b Y(f)$
Dualità (simmetria)	$S(t)$		$s(-f)$
Coniugazione	$\overline{s(t)}$		$\overline{S(-f)}$
Scalatura	$s(at)$		$\frac{1}{ a } S\left(\frac{f}{a}\right)$
Traslazione (nel tempo)	$s(t - t_0)$		$S(f) e^{-j2\pi f t_0}$
Traslazione (in frequenza)	$s(t) e^{j2\pi f_0 t}$		$S(f - f_0)$
Modulazione	$s(t) \cos(2\pi f_0 t)$		$\frac{1}{2} [S(f - f_0) + S(f + f_0)]$
Convulsione (nei tempi)	$x(t) * y(t)$		$X(f) Y(f)$
Convulsione (in frequenza)	$x(t) y(t)$		$X(f) * Y(f)$
Derivazione	$\frac{d}{dt} s(t)$		$j2\pi f S(f)$
Integrazione	$\int_{-\infty}^t s(\tau) d\tau$		$\frac{1}{j2\pi f} S(f) + S(0) \delta(f)$
Trasf. di segnale reale	$s(t) \in \mathbb{R}, \forall t$		$S(f) = \overline{S(-f)}$

## Coppie trasformata-antitrasformata

$s(t)$	$\leftrightarrow$	$S(f)$
$\delta(t)$		1
$\delta(t - t_0)$		$e^{-j2\pi t_0 f}$
$e^{j2\pi f_0 t}$		$\delta(f - f_0)$
$u(t)$		$\frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f)$
$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 0 & t = 0 \\ +1 & t > 0 \end{cases}$		$\frac{1}{j\pi f}$
$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 &  t  \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$		$\text{sinc}(f)$
$\text{tri}(t)$		$\text{sinc}^2(f)$
$\cos(2\pi f_0 t)$		$\frac{1}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)]$
$\sin(2\pi f_0 t)$		$\frac{j}{2} [\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)]$
$e^{-at} u(t)$		$\frac{1}{a + j2\pi f}$
$e^{-a t }$		$\frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2}$
Gaussiana(t) : $e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$		Gaussiana(f) : $\sqrt{2\pi}\sigma \cdot e^{-2\pi\sigma^2 f^2}$

## Rapporti in decibel (dB)

Per rapporti tra ampiezze:

$$\left. \frac{A_1}{A_2} \right|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{A_1}{A_2}$$

Per rapporti tra potenze:

$$\left. \frac{P_1}{P_2} \right|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2}$$

Rapporto in dB	tra ampiezze: $\frac{A_1}{A_2}$	tra potenze: $\frac{P_1}{P_2}$
$10n$ dB	$\sqrt{10^n}$	$10^n$
...	...	...
60 dB	1000	$10^6$
30 dB	$\sqrt{1000} \approx 31.6$	1000
20 dB	10	100
10 dB	$\sqrt{10} \approx 3.16$	10
6 dB	$\approx 2$	$\approx 4$
3 dB	$\approx 1.4$	$\approx 2$
1 dB	$\approx 1.12$	$\approx 1.26$
0 dB	1	1
-1 dB	$\approx 0.9$	$\approx 0.8$
-3 dB	$\approx 0.7$	$\approx 0.5$
-10 dB	$\sqrt{0.1} \approx 0.316$	0.1
...	...	...
$-10n$ dB	$\sqrt{10^{-n}}$	$10^{-n}$

## Trasformata $z$ di sequenze notevoli

$x(n) \leftrightarrow X(z)$	ROC	
$\delta(n)$	1	$z \in \mathbb{C}$
$\delta(n-m)$	$z^{-m}$	$z \in \mathbb{C}, \begin{matrix} z \neq 0 & \text{se } m > 0 \\ z \neq \infty & \text{se } m < 0 \end{matrix}$
$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z  > 1$
$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z  >  a $

## Proprietà della trasformata $z$

Proprietà	$x(n) \leftrightarrow X(z)$	ROC	
Linearità	$a x(n) + b y(n)$	$a X(z) + b Y(z)$	$R_X \cap R_Y$
Traslazione (nel tempo)	$x(n-m)$	$z^{-m} X(z)$	$R_X$
Scalatura	$a^n x(n)$	$X\left(\frac{z}{a}\right)$	$ a R_X$
Convulsione (nei tempi)	$x(n) * y(n)$	$X(z) \cdot Y(z)$	$R_X \cap R_Y$
Differenziazione (in $z$ )	$n \cdot x(n)$	$-z \frac{d}{dz} X(z)$	$R_X$
Inversione temporale	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$R_X$
Valore iniziale	$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$		-
Valore finale	$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})X(z)$		-