Elaborazione dei Segnali
(Informatica musicale – F3X)

Alcuni esercizi di autovalutazione

Attenzione: i seguenti esercizi sono da considerare uno strumento di autovalutazione, al fine di mettere in evidenza un'eventuale lacuna sull'argomento. **NON** sono da considerare 'esercizi-tipo' da tema d'esame.

1 Segnali e sistemi tempo-continui

1.1

Dato il segnale periodico s(t) così definito:

$$s(t) = 5\,t\ , \quad -\frac{T}{2} \leq t < +\frac{T}{2},$$

dove $T = 2\,\mathrm{s}$, calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di $s(t)$ relativi alle frequenze: $0\,\mathrm{Hz}$, $0.5\,\mathrm{Hz}$ e $1\,\mathrm{Hz}$.

1.2

Si calcoli lo spettro del segnale: $s(t) = 8\ \mathrm{sinc}^2\left(\frac{t-3}{2}\right)$
e se ne traccino i grafici del modulo (spettro di ampiezza) e della fase (spettro di fase).

1.3

Dato il segnale: $x(t) = \cos^2(8\pi\,t)\sin(16\pi\,t)$ determinarne lo spettro e disegnando i grafici delle componenti reale e immaginaria.
A tale segnale viene applicato un filtro passa-basso ideale con frequenza di taglio di $f_T = 10\,\mathrm{Hz}$; si determini il segnale $y(t)$ in uscita dal filtro.

1.4

Dato il segnale: $s(t) = 2 + \cos(60\pi\,t)\sin(20\pi\,t)$, determinare lo spettro del segnale $s(t)$.
Si applichi quindi a $s(t)$ un filtro ideale passa-basso, con frequenza di taglio di $f_T = 25\,\mathrm{Hz}$. Determinare il segnale $y(t)$ in uscita da tale filtro e il suo spettro, $Y(f)$.

1.5

Dato il segnale: $s(t) = 60\,\mathrm{sinc}(24\,t) + 30\,\mathrm{sinc}(10\,t)\cos(40\pi\,t)$, calcolare l'espressione dello spettro e tracciarne i grafici di modulo e fase. Se a tale segnale campionato si applica un filtro passa-basso ideale con frequenza di taglio $f_T = 10\,\mathrm{Hz}$, che segnale si ottiene in uscita? Scriverne l'espressione.

2 Campionamento e quantizzazione

2.1

Il segnale $s(t) = 2\cos(20\pi\, t) + 3\cos(80\pi\, t) + 4\cos(200\pi\, t)$ viene campionato a frequenza $f_S = 100\,\text{Hz}$, quindi ricostruito con un filtro di ricostruzione ideale. Determinare il segnale in uscita dal filtro di ricostruzione.

2.2

Un segnale analogico $s(t) = 12\,\text{sinc}(48\,t)$ viene campionato alla frequenza $f_S = 48\,\text{Hz}$. Si desidera stimare lo spettro del segnale con una risoluzione in frequenza $\Delta f = 0.25\,\text{Hz}$.

a) Qual è la durata del segnale T (in secondi) e il numero di campioni N su cui andrà calcolata la DFT?

b) Quanto vale la $DFT(k)$ per $k = 24$ $(0 \leq k < N-1)$? A che frequenza normalizzata ϕ e reale f corrisponde?

3 Segnali tempo-discreti

3.1

Calcolare la trasformata zeta della sequenza: $x(n) = \begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n, & n \geq 5 \\ 0, & n \leq 4 \end{cases}$

e determinare la sua regione di convergenza.

3.2

Dato un sistema LTI tempo-discreto con risposta all'impulso: $h(n) = \{-1,\ \underset{\uparrow}{2},\ 1\}$

Calcolare l'uscita del sistema a fronte dell'ingresso: $x(n) = \{\underset{\uparrow}{1},\ 2,\ 3,\ 2,\ 1\}$

4 Sistemi LTI tempo-discreti (filtri digitali)

4.1

Si consideri il filtro numerico caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$H(z) = \frac{3 - 2z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}$$

- rappresentare il sistema mediante la sua equazione alle differenze;
- determinare se questo filtro è causale e se è stabile;
- supponendo che l'uscita del filtro $y(n)$ sia nulla per $n < 0$, calcolare l'uscita del filtro $y(n = 4)$ a fronte del segnale in ingresso: $x(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$.

4.2

Per i sistemi LTI tempo-discreti definiti dalle seguenti equazioni alle differenze:

a) $y(n) = \frac{3}{4}\, y(n-1) - \frac{1}{8}\, y(n-2) + x(n)$

b) $y(n) = 0.6\, y(n-1) - 0.08\, y(n-2) + x(n) - x(n-1)$

Determinare:

- la funzione di trasferimento del sistema;
- il diagramma poli-zeri;
- se il sistema è stabile;
- la risposta in frequenza del sistema (in modulo e fase) per $\phi = \frac{1}{4}$ (freq. normalizzata);
- la risposta all'impulso $h(n)$.