



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

SEDE DI CREMA

Paradossalmente Logico

Valentina Ciriani e Stefano Ferrari

DADI.COM 2009

Cosa è un **paradosso**?



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Paradosso $\leftrightarrow$ “contro l’opinione corrente”
- Deriva dal greco: *parà* (contro) e *doxa* (opinione)
- Un paradosso può essere definito come:
“una **conclusione** apparentemente **inaccettabile**,
che deriva da **premesse** apparentemente **accettabili**
per mezzo di un **ragionamento** apparentemente **accettabile**”
- I paradossi sono quasi sempre semplici verità che risultano sorprendenti

Paradosso di **Zenone**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Personaggi:

- La **Tartaruga** (famosa per essere lenta)



- **Achille** più veloce



Paradosso di **Zenone**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- **Achille** sfida la **Tartaruga** alla corsa
- **Achille** corre **10 volte più veloce** della **Tartaruga**
- **Achille** concede alla **Tartaruga** **10 metri di vantaggio**
 - e questo potrebbe essere un grave errore!



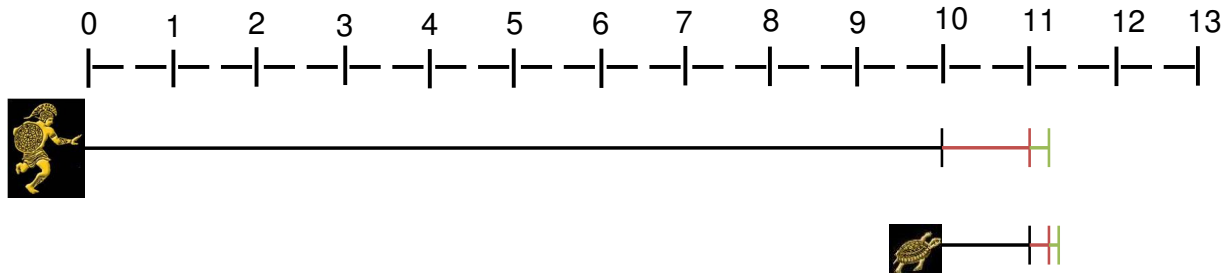
Paradosso di **Zenone**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Percorso della corsa suddiviso in metri:



- Mentre Achille percorre 10 m, la Tartaruga percorre 1 m
- Mentre Achille percorre 1 m, la Tartaruga percorre 0,1 m
- Mentre Achille percorre 0,1 m, la Tartaruga percorre 0,01 m
- ... Achille non raggiunge mai la Tartaruga!



Paradosso di **Zenone**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Cosa possiamo osservare:
 - È **assurdo** che **Achille** non raggiunga mai la **Tartaruga**
 - Ma il ragionamento **sembra corretto**
 - Il ragionamento si basa sull'infinita divisibilità dello spazio
- Dove è il problema nel ragionamento?
 - **Achille** ha sbagliato a dare un vantaggio alla **Tartaruga**?
 - Lo spazio non è divisibile infinite volte?
 - **Niente di tutto questo!**



Paradosso di Zenone

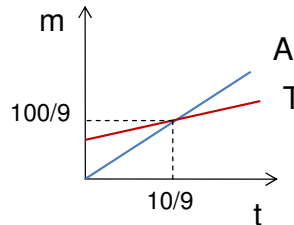


UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Iniziamo con il vedere il **ragionamento corretto**:

- Qual è il tempo $\dagger$ necessario ad **Achille** per raggiungere la **Tartaruga**?
- Dati:
 - Velocità **Achille**: $v_A = 10 \text{ m/s}$
 - Velocità **Tartaruga**: $v_T = 1 \text{ m/s}$
 - Vantaggio **Tartaruga**: $s_T = 10 \text{ m}$
- Nell'istante in cui **Achille** raggiunge la **Tartaruga**:
 - In metri ($s = v \dagger$): $v_A \dagger = s_T + v_T \dagger$
 - $\dagger = 10/9$ secondi (tempo finito!!!)
 - ovvero dopo 100/9 metri la raggiunge!



Paradosso di Zenone



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Cosa genera il paradosso?

- Il paradosso è generato dal fatto che Zenone non sapeva che:
 - la **somma di infiniti numeri** può dare per risultato un **numero finito!!!**

$$\begin{array}{rccccccc} \text{Tempo in secondi: } \dagger = 10/9 = & 1 & + & 0,1 & + & 0,01 & + & 0,001 & + & \dots \\ & \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} & & \\ \text{metri percorsi da Achille:} & 10 \text{ m} & & 1 \text{ m} & & 0,1 \text{ m} & & 0,01 \text{ m} & & \end{array}$$

Paradosso di **Zenone**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Zenone basava il suo ragionamento sul fatto che la somma di **infiniti** segmenti ha lunghezza **infinita**
- I matematici del '600 ci hanno però mostrato che questo **non è sempre vero**
- Infatti sommando i metri percorsi da **Achille** abbiamo:
 $10 + 1 + 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots = 11,1111\dots$
che è un valore finito (ovvero $100/9$)

Zenone si era semplicemente **sbagliato**



Il cretese **Epimenide**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Epimenide è un cretese del VI sec. a.C.
- Disse:
"i cretesi sono bugiardi"
- Epimenide intendeva dire:
"**tutti i cretesi dicono sempre il falso**"
- Ci chiediamo:
Questa frase può essere **vera**?
Questa frase può essere **falsa**?
- Se la frase non può essere né vera né falsa allora è certamente un **paradosso**



La frase è **vera**?



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- **Tutti** i cretesi dicono **sempre** il falso
- Supponiamo che sia **vera**:
 - Dato che ha pronunciato una frase vera: Epimenide ha detto il vero almeno una volta nella sua vita
 - La frase “tutti i cretesi dicono sempre il falso” è vera
- **Assurdo**: la frase non può essere vera:
 - Esiste un cretese (Epimenide) che una volta nella sua vita ha detto il vero



La frase è **falsa**?



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- **Tutti** i cretesi dicono **sempre** il falso
- Supponiamo che sia **falsa**:
 - Dato che l’ha pronunciata: Epimenide ha detto il falso almeno una volta
 - La frase “**tutti** i cretesi dicono **sempre** il **falso**” è falsa, ovvero la frase “**qualche** cretese dice **a volte** il **vero**” è vera
- **I due fatti non contrastano**: la frase è solamente falsa!
 - Esiste un cretese (non necessariamente Epimenide) che una volta nella sua vita ha detto il vero (non necessariamente ora)



Il cretese Epimenide



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Epimenide pensava di aver creato un paradosso
- Ma invece la frase è semplicemente falsa
- Infatti:
 - La negazione di “**sempre**” è “**qualche volta**” (e **non** “mai”!)
 - La negazione di “**tutti**” è “**qualcuno**” (e **non** “nessuno”!)
- Ma in effetti era molto vicino a creare un paradosso
- Sono passati due secoli prima che qualcuno riuscisse a descrivere un vero paradosso ...



Paradosso del **mentitore**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- **Ebulide** di Mileto (IV sec. a.C.) modifica la frase e arriva ad un vero paradosso
- Disse semplicemente: “**lo sto mentendo**”
- Supponiamo che sia **vera**:
 - Ebulide non sta mentendo
 - La frase “io sto mentendo” è vera, quindi Ebulide sta mentendo
- **Assurdo**: non è vera



Paradosso del **mentitore**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- “**Io sto mentendo**”
- Supponiamo che sia **falsa**:
 - Eubulide sta mentendo
 - La frase “io sto mentendo” è falsa, quindi Eubulide non sta mentendo
- **Assurdo**: non è falsa
- Questo è un vero **paradosso** perché la frase **non è né vera, né falsa**!



Paradosso del **mentitore**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Come **risolvere** questo paradosso?
- In molti hanno studiato questo paradosso e sono state proposte alcune soluzioni
- Per non incorrere in paradossi di questo tipo possiamo:
 - escludere le frasi contraddittorie dal linguaggio, poiché non hanno senso
 - definire un terzo valore di verità: indefinito
 - escludere le frasi che parlano di se stesse (autoriferimento)



Paradosso del **barbiere**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- In un paese esiste **un solo** barbiere (uomo)
- Il barbiere rade tutti e solo coloro che non si radono da soli
- Chi rade il barbiere?
 - Il barbiere non si rade da solo poiché lui rade solo chi non si rade da solo
 - Ma se non si rade da solo deve essere raso dal barbiere!
- La definizione di barbiere è **contraddittoria**
- Questo sembrerebbe un paradosso!



Paradosso del **barbiere**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Il fatto che la definizione di barbiere è contraddittoria significa semplicemente che
 - **non esiste nessun barbiere con tale definizione!**
- Ovvero **l'insieme** dei "barbieri che radono tutti e solo coloro che non si radono da soli" è semplicemente **vuoto**
- Il paradosso sfrutta il fatto che tendiamo a pensare che
 - se un insieme ha una definizione non può essere vuoto!



- Vedremo ora alcuni **indovinelli logici** basati sulle **bugie** e sui **paradossi**
- Ma prima impariamo le **regole del gioco**!



Come **giocare** con la logica?

- Come ogni gioco, la logica ha dei **personaggi** e delle **regole** che li governano:
- I **personaggi** sono:
 - Le costanti: V (vero) e F (falso)
 - Le formule atomiche: A, B, C
 - I connettivi: $\sim$ (not), $\vee$ (or), $\wedge$ (and), $\Rightarrow$ (implicazione)
- Le **regole** sono di:
 - sintassi (come scrivere le formule)
 - semantica (come si interpretano le formule)
 - equivalenza (come trasformare una formula in un'altra equivalente)
 - calcolo (come dimostrare le proprietà di una formula)



Come **giocare** con la logica?



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Come ogni gioco che si rispetti, anche la logica ha molte **varianti** e quindi diversi tipi di gioco che si possono fare:
 - Logica proposizionale
 - Logica predicativa
 - Logica del secondo ordine
 - Logica modale
 - ecc...
- Concentriamoci sul gioco più semplice:
 - **La logica proposizionale**



Regole di **sintassi** e **semantica**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Possiamo scrivere delle formule usando:
 - V **vero**
 - F **falso**
 - $\sim A$ $\sim A$ è **vero** se e solo se A è **falso**
 - $A \wedge B$ $A \wedge B$ è **vero** se e solo se A è **vero** e B è **vero**
 - $A \vee B$ $A \vee B$ è **vero** se e solo se A è **vero** oppure B è **vero**
 - $A \Rightarrow B$ $A \Rightarrow B$ è **vero** se e solo se A è **falso** oppure B è **vero**

A	$\sim A$
F	V
V	F

A	B	$A \wedge B$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

A	B	$A \vee B$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

A	B	$A \Rightarrow B$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V



Regole di **sintassi** e **semantica**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- La formula $C \vee (A \wedge B)$
 - è scritta correttamente
 - significa che C è vero oppure A e B sono veri contemporaneamente
- La formula $\sim C \wedge (A \Rightarrow B)$
 - è scritta correttamente
 - significa che C è falso e che A è falso oppure B è vero
- La formula $A \sim C \wedge$
 - non è scritta correttamente
 - e quindi non ha nessun significato

Regole di **equivalenza**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Esistono molte regole di equivalenza vediamo **alcune** che useremo nei giochi logici:

- $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
 - $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
 - $\sim(P \vee Q) \equiv \sim P \wedge \sim Q$
 - $\sim(P \wedge Q) \equiv \sim P \vee \sim Q$
 - $\sim \sim P \equiv P$
 - $P \equiv T \wedge P$
 - $P \equiv F \vee P$
 - $T \equiv T \vee P$
 - $F \equiv F \wedge P$
 - $P \Rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$
- Diagram labels with arrows pointing to the corresponding rules:
- Distributività (points to the first two rules)
 - De Morgan (points to the third and fourth rules)
 - Doppia negazione (points to the fifth rule)
 - Elementi neutri (points to the sixth and seventh rules)
 - Zero (points to the eighth and ninth rules)
 - Implicazione (points to the tenth rule)

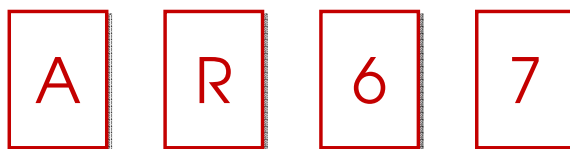
e

- Alcuni connettivi, $\sim$ (not), $\vee$ (or), $\wedge$ (and), hanno un significato più intuitivo di altri, per esempio dell'**implicazione** ($\Rightarrow$)
- Questo può essere fatto derivare dalla nostra cultura, ma anche da basi fisiologiche
- Wason (fine anni '60) ha condotto degli studi a riguardo
- Un suo famoso **esperimento** richiede un mazzo di carte con una **lettera** su una faccia e un **numero** dall'altra



L'esperimento di Wason

Date le carte:



Quale è il minor numero di carte da voltare per poter affermare che la regola

“se c'è una **vocale** su una faccia
allora sull'altra c'è un **numero pari**”

sia vera?



L'esperimento di Wason



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Date le carte:

Whisky	Aranciata	19	16
--------	-----------	----	----

Quale è il minor numero di carte da voltare per poter affermare che la regola

“se la bevanda è un **superalcolico**
allora l'età deve essere **maggiore di 18**”

sia vera?



L'esperimento di Wason



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- I due problemi sono del tutto **identici**, sono solo stati codificati in modo diverso
- Abbiamo più **facilità** nel risolvere il **secondo** problema perché è calato nella vita di tutti i giorni
- Mentre il **primo** problema è più astratto



L'esperimento di Wason



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Soluzione:

- Formalizziamo la frase:
"se la bevanda è un **superalcolico** (S)
allora l'età deve essere **maggiore di 18** (M)"
con **$S \Rightarrow M$**
- che è falso in un solo caso: **$S \wedge \sim M$**
- Basta quindi girare le carte
con un **superalcolico** (vocale) e
quelle con un **minorenne** (dispari)

S	M	$S \Rightarrow M$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V



Il caso del difensore stupido



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Ecco un altro caso in cui un indovinello basato
sull'implicazione ci crea problemi



Il caso del difensore **stupido**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Un uomo viene processato per furto. Il Pubblico Ministero e l'Avvocato Difensore si affrontano:
 - **PM**: "Se l'imputato è colpevole, allora ebbe un complice"
 - **Avvocato**: "Non è vero!"
- Perché questa è la cosa peggiore che l'Avvocato Difensore potesse dire?
- La risposta del Difensore sembrerebbe del tutto innocua, ma ...

Il caso del difensore **stupido**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Formalizziamo la frase detta dal **PM** usando:

- I : l'imputato è colpevole
- C: l'imputato ebbe un complice
- "Se **l'imputato è colpevole**, allora ebbe un **complice**"
Ovvero: $I \Rightarrow C$

I	C	$I \Rightarrow C$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

- che è falso solo in un caso $\longrightarrow$
- Dire che è falso significa: "**L'imputato è colpevole e non ebbe un complice**"

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Ora che abbiamo capito le regole del gioco
- e abbiamo scansato le trappole dell'implicazione
- Possiamo provare a risolvere un po' di indovinelli logici!



Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Esiste un paese i cui abitanti sono di due tipi:
 - **Sinceri**: che dicono **sempre** la verità
 - **Bugiardi**: che dicono **sempre** il falso
- Simona arriva nel paese e incontra tre abitanti:
 - **Rossa**
 - **Blu**
 - **Arancia**
- Simona Chiede a Rossa: "Tu sei sincera o bugiarda?"
- Le tre donne parlano a Simona, ma Simona non riesce a capire cosa le dice la prima donna



Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



Che tipo di abitanti
sono **Arancia**, **Blu** e
Rossa?

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- **Rossa** non può aver detto di essere bugiarda per il **paradosso del mentitore**!
- **Blu** è quindi una **bugiarda**!
- **Arancia** è **sincera** perché ha detto che Blu è bugiarda
- Ma non si può dire se **Rossa** sia sincera o no

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- Simona incontra altri due abitanti del paese
- Possiamo sapere di che tipo di abitanti sono Arturo e Barbara?
- **Formalizziamo** l'affermazione di Arturo usando gli strumenti della logica

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- Abbiamo due possibili casi:
 1. Arturo dice la **verità** e sono **entrambi** bugiardi
 2. Arturo dice il **falso** e **non** sono **entrambi** bugiardi
- Formalizziamo i due casi:
 1. $A \wedge (\sim A \wedge \sim B)$
 2. $\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B)$

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- Può accadere un caso oppure l'altro:
 1. $A \wedge (\sim A \wedge \sim B)$
 2. $\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B)$
- Otteniamo quindi:
 $(A \wedge (\sim A \wedge \sim B)) \vee (\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B))$
- Che semplifichiamo con l'aiuto della logica

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

A	B	$(A \wedge (\sim A \wedge \sim B)) \vee (\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B))$
F	F	F
F	V	V
V	F	F
V	V	F

- Dalla tabella di verità abbiamo che:
 - L'unico caso **vero** è quello in cui:
A = F e B = V
 - Ovvero **Arturo** è un **bugiardo** e **Barbara** è **sincera**

Il paese dei **sinceri** e dei **bugiardi**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Possiamo risolverlo anche con le equivalenze:

$$\begin{aligned} & (A \wedge (\sim A \wedge \sim B)) \vee (\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B)) \equiv \\ & \equiv (A \wedge \sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge \sim(\sim A \wedge \sim B)) \equiv \leftarrow \text{De Morgan: } \sim(\sim P \wedge \sim Q) \equiv (P \vee Q) \\ & \equiv (A \wedge \sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge (A \vee B)) \equiv \leftarrow \\ & \equiv (F \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge (A \vee B)) \equiv \leftarrow \begin{array}{l} (F \wedge P) \equiv F \\ (P \wedge \sim P) \equiv F \end{array} \\ & \equiv F \vee (\sim A \wedge (A \vee B)) \equiv \leftarrow \\ & \equiv (\sim A \wedge (A \vee B)) \equiv \leftarrow \\ & \equiv (\sim A \wedge A) \vee (\sim A \wedge B) \equiv \leftarrow \text{Distributiva: } P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \\ & \equiv F \vee (\sim A \wedge B) \equiv \leftarrow (F \vee P) \equiv P \\ & \equiv \sim A \wedge B \end{aligned}$$



Le porte della **vita** e della **morte**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Simona si trova davanti a **due porte** costantemente vigilate:
 - una conduce alla vita
 - e l'altra alla morte
- Si alternano casualmente **due guardiani**:
 - uno dice sempre la verità
 - uno mente sempre
- Quale domanda può porre al guardiano che incontra per individuare **con certezza** la porta della vita?



Le porte della **vita** e della **morte**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Qualche considerazione:

- Il problema è più complicato dei precedenti: non si chiede di analizzare le **risposte**, ma di inventarsi le **domande**!
- Anche qui ci sono bugiardi e sinceri, ma non siamo interessati a scoprire l'identità dei personaggi: dobbiamo solo ottenere da loro un'informazione
- Per il paradosso del mentitore, sappiamo che da domande dirette non otterremo risposte utili:
 - chiedendo "Sei sincero?" **entrambi** i guardiani rispondono "Sì"



Le porte della **vita** e della **morte**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Qualche tentativo:

- Chiedendo "È quella la porta della **vita**?", un guardiano risponde "Sì" e l'altro "No", qualsiasi sia la porta che viene indicata
- Analogamente, chiedendo "È quella la porta della **morte**?", un guardiano risponde "Sì" e l'altro "No", qualsiasi sia la porta che viene indicata
- In entrambi i casi non possiamo scegliere, non conoscendo l'identità del guardiano



Le porte della **vita** e della **morte**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Per giungere alla soluzione bisogna osservare che:
 - mentire su un fatto vero e
 - riportare un fatto falsohanno lo stesso effetto: il **contrario del vero**
- Quindi, chiedendo ad uno dei due guardiani di comportarsi come il suo collega permette di ottenere una risposta univoca per entrambi (che corrisponde al contrario del vero)



Le porte della **vita** e della **morte**



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- **Risposta:**
 - “Quale porta mi indicherebbe il tuo collega se gli chiedessi quale è la porta della vita?”
 - e poi prende l'**altra** porta
- Infatti se il guardiano interpellato è **sincero**
 - indicherà come risposta del collega la porta della morte
- Se invece è **bugiardo**
 - indicherà la porta che il sincero non avrebbe indicato, cioè ancora la porta della morte



Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- In fine passiamo ad un classico dell'enigmistica:

Il quesito con la Susi

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- Chi ha rotto il vetro?
 - Tosca o Fosca?
- Dobbiamo individuare:
 - quale delle due bambine è Fosca?
 - chi è la colpevole?
- Cosa sappiamo?
 - **Una** delle due bambine ha detto il falso tutte e tre le volte
 - **Non sappiamo niente dell'altra bambina!**

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



- Osservazioni:
 - La **prima** domanda equivale a chiedere: "Sei **colpevole**?"
 - La **seconda** domanda equivale a chiedere: "Sei **innocente**?"

	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	No / Sì
Fosca?	Sì	Sì

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



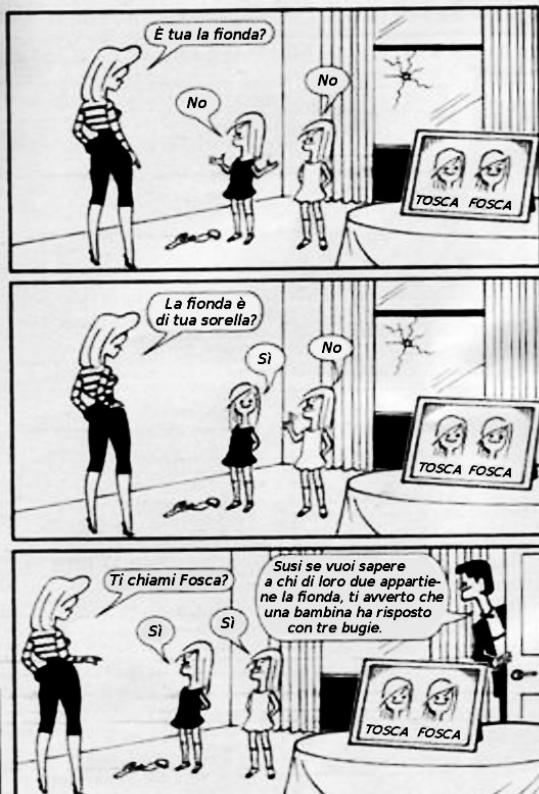
- Abbiamo due contraddizioni:
 - Bianca prima dice di **non essere colpevole** e poi dice di **esserlo**
 - Tutte e due** sostengono di essere Fosca
- Sappiamo che una mente **tutte** le volte

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	No / Sì
Fosca?	Sì	Sì

- Proviamo a vedere se è Bianca a mentire sempre:

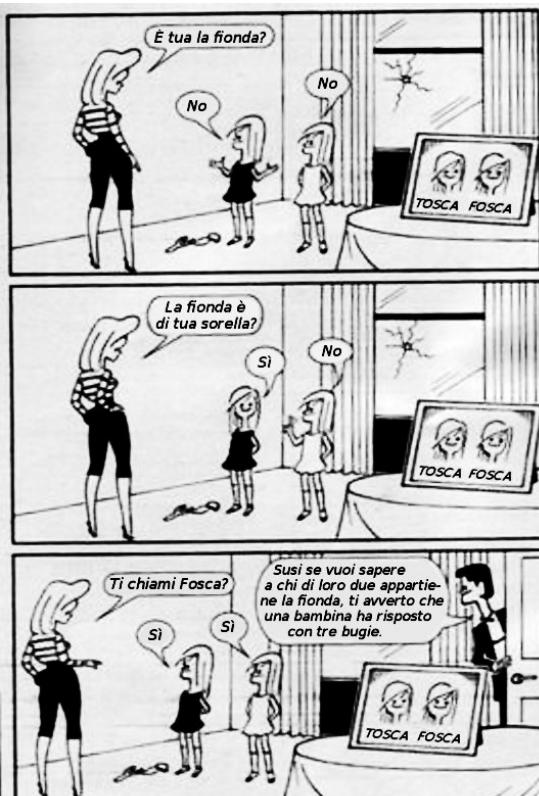
	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	Sì / No
Fosca?	Sì	No

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	Sì / No
Fosca?	Sì	No

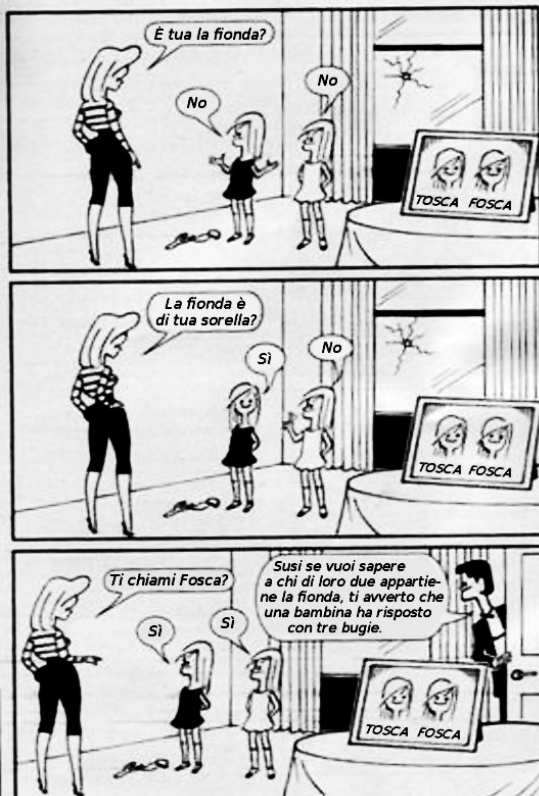
- Abbiamo risolto la contraddizione su chi è Fosca
- Ma Bianca si esprime ancora in modo contraddittorio sul colpevole!
- Non** è Bianca a mentire tre volte!

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	No / Sì
Fosca?	Sì	Sì

- Deve essere **Nera** a mentire sempre:

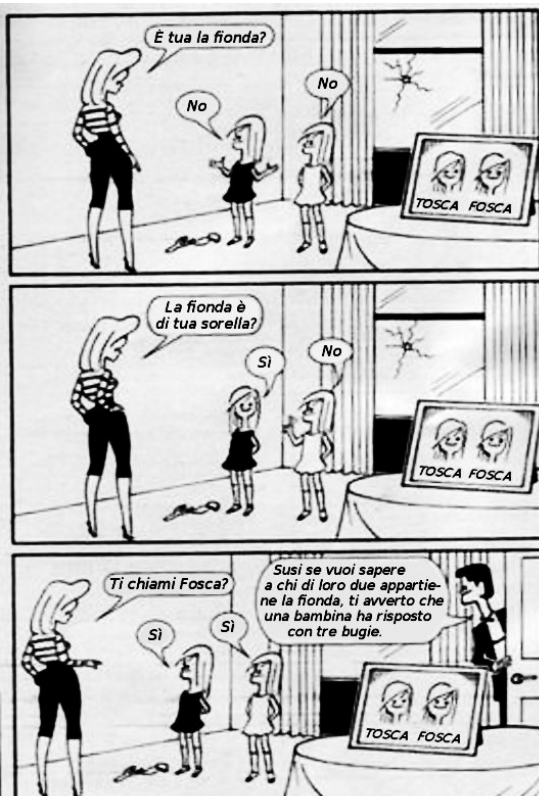
	Nera	Bianca
Colpevole?	Sì / Sì	No / Sì
Fosca?	No	Sì

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



	Nera	Bianca
Colpevole?	Sì / Sì	No / Sì
Fosca?	No	Sì

- Nera:
 - è colpevole
 - non si chiama Fosca
- La **colpevole** è quindi la **bambina vestita di nero** che si chiama **Tosca!**

Il quesito con la Susi



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009



	Nera	Bianca
Colpevole?	No / No	No / Sì
Fosca?	Sì	Sì

- Notiamo che
 - se Bianca fosse sempre sincera dovrebbe dire che
 - non è colpevole
 - è Fosca
 - ma questo non succede
- Anche Bianca ha **mentito!**
 - ma solo alla **seconda** domanda

A cosa serve la logica?



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- Abbiamo quindi visto che la **formalizzazione** è spesso indispensabile per non cadere nelle trappole del ragionamento
- Gli **strumenti della logica** sono molto usati nell'**informatica** e nella **sicurezza** informatica:
 - descrizione di circuiti
 - verifica delle proprietà dei programmi
 - verifica delle proprietà dei sistemi (es. sicurezza)
 - web semantico

Conclusioni paradossali



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

- La realtà è che questo seminario non c'è mai stato:
 - io non sono mai arrivato qui (e nemmeno voi!)
 - Infatti: o eravamo tutti qui da sempre (ma ho controllato prima e l'aula era vuota) oppure abbiamo percorso una strada per venire qui
- Ma per arrivare qui da casa dobbiamo percorrere
 - prima: **metà** della strada
 - poi: **metà** della strada rimanente (ovvero **metà** della **metà** della strada complessiva)
 - e poi ancora: **metà** della strada rimanente
 - e così via, cioè dobbiamo percorrere **infiniti segmenti** di strada
- Quindi noi non siamo qui, ma stiamo ancora tutti in viaggio (un **viaggio infinito**) per venire qui!



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO

DADI.COM 2009

Stefano Ferrari
stefano.ferrari@unimi.it
tel. 0373 898 062
02 503 30062
<http://www.dti.unimi.it/ferrari>