

Fondamenti di Informatica  
per la Sicurezza  
a.a. 2007/08

## Esercizi di logica proposizionale

**Stefano Ferrari**



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO  
DIPARTIMENTO DI TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE

### Formalizzazione (1)

---

Formalizzare le seguenti proposizioni:

- a) se Aldo e Bruno non mangiano insieme, Carlo cucina
- b) se Aldo mangia, Bruno digiuna
- c) Carlo cucina
- d) se Carlo cucina, Bruno e Aldo mangiano
- e) Bruno non mangia e Carlo cucina

## Formalizzazione (2)

Definiamo i seguenti simboli enunciativi:

$a$  = "Aldo mangia"

$b$  = "Bruno mangia"

$c$  = "Carlo cucina"

## Formalizzazione (3)

Le frasi date possono essere formalizzate come:

a)  $\neg(a \wedge b) \rightarrow c$

b)  $a \rightarrow \neg b$

c)  $c$

d)  $c \rightarrow (b \wedge a)$

e)  $\neg b \wedge c$

## Tavola di verità

$(\neg r \wedge (\neg p \vee (\neg q \wedge r))) \leftrightarrow (p \vee q)$  è una tautologia?

$p$	$q$	$r$	$\neg q$	$\neg q \wedge r$	$\neg p$	$\neg p \vee \alpha$	$\neg r$	$\neg r \wedge \beta$	$p \vee q$	$\gamma \leftrightarrow \delta$
<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>
<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
				$\alpha$		$\beta$		$\gamma$	$\delta$	

Non è una tautologia.

Stefano Ferrari ★ Università degli Studi di Milano

Fondamenti di Informatica per la Sicurezza ◇ Esercizi di logica proposizionale ◇ a.a. 2007/08 - p. 5/9

## Teorema 1

Dimostrare la validità del seguente teorema:

**Ip1**  $\neg a \rightarrow (b \wedge c)$

**Ip2**  $\neg b$

**Tesi**  $a$

- |     |  |                         |
|-----|--|-------------------------|
| (1) | $\neg a \rightarrow (b \wedge c)$                      | Ip1                     |
| (2) | $(\neg a \rightarrow b) \wedge (\neg a \rightarrow c)$ | distrib. conseg. di (1) |
| (3) | $\neg a \rightarrow b$                                 | elim. di cong. in (2)   |
| (4) | $\neg b \rightarrow a$                                 | contrapp. di (3)        |
| (5) | $\neg b$   | Ip2                     |
| (6) | $a$  | MP da (4) e (5)         |

Stefano Ferrari ★ Università degli Studi di Milano

Fondamenti di Informatica per la Sicurezza ◇ Esercizi di logica proposizionale ◇ a.a. 2007/08 - p. 6/9

## Teorema 2

Dimostrare la validità del seguente teorema:

### Assunzioni

- Mario è architetto oppure è geometra.
- Se Mario fosse architetto, allora Mario sarebbe laureato.
- Mario non è laureato.

### Tesi

- Mario è geometra.

## Formalizzazione del teorema 2

Formalizziamo il problema come segue:

$a$  = "Mario è architetto"

$g$  = "Mario è geometra"

$l$  = "Mario è laureato"

Il teorema può essere riscritto come:

**Ip1**  $a \vee g$

**Ip2**  $a \rightarrow l$

**Ip3**  $\neg l$

**Tesi**  $g$

## Dimostrazione del teorema 2

---

- (1)  $\neg\neg a \vee g$  Doppia negazione Ip1
- (2)  $\neg a \rightarrow g$  Def. implicazione (1)
- (3)  $\neg l \rightarrow \neg a$  Contrapp. di Ip2
- (4)  $\neg a$  MP da Ip3 e (3)
- (5)  $g$  MP da (4) e (2)