

Fondamenti di Informatica
per la Sicurezza
a.a. 2006/07

Esercizi di logica proposizionale

Stefano Ferrari



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE

Formalizzazione (1)

Formalizzare le seguenti proposizioni:

- a) se Aldo e Bruno non mangiano insieme, Carlo cucina
- b) se Aldo mangia, Bruno digiuna
- c) Carlo cucina
- d) se Carlo cucina, Bruno e Aldo mangiano
- e) Bruno non mangia e Carlo cucina

Formalizzazione (2)

Definiamo i seguenti simboli enunciativi:

a = "Aldo mangia"

b = "Bruno mangia"

c = "Carlo cucina"

Formalizzazione (3)

Le frasi date possono essere formalizzate come:

a) $\neg(a \wedge b) \rightarrow c$

b) $a \rightarrow \neg b$

c) c

d) $c \rightarrow (b \wedge a)$

e) $\neg b \wedge c$

Tavola di verità

$(\neg r \wedge (\neg p \vee (\neg q \wedge r))) \leftrightarrow (p \vee q)$ è una tautologia?

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \wedge r$	$\neg p$	$\neg p \vee \alpha$	$\neg r$	$\neg r \wedge \beta$	$p \vee q$	$\gamma \leftrightarrow \delta$
<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>
<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>V</i>	<i>F</i>
				α		β		γ	δ	

Non è una tautologia.

Stefano Ferrari ★ Università degli Studi di Milano

Fondamenti di Informatica per la Sicurezza ◇ Esercizi di logica proposizionale ◇ a.a. 2006/07 - p. 5/9

Teorema 1

Dimostrare la validità del seguente teorema:

Ip1 $\neg a \rightarrow (b \wedge c)$

Ip2 $\neg b$

Tesi a

- | | | |
|-----|--|-------------------------|
| (1) | $\neg a \rightarrow (b \wedge c)$ | Ip1 |
| (2) | $(\neg a \rightarrow b) \wedge (\neg a \rightarrow c)$ | distrib. conseg. di (1) |
| (3) | $\neg a \rightarrow b$ | elim. di cong. in (2) |
| (4) | $\neg b \rightarrow a$ | contrapp. di (3) |
| (5) | $\neg b$ | Ip2 |
| (6) | a | MP da (4) e (5) |

Stefano Ferrari ★ Università degli Studi di Milano

Fondamenti di Informatica per la Sicurezza ◇ Esercizi di logica proposizionale ◇ a.a. 2006/07 - p. 6/9

Teorema 2

Dimostrare la validità del seguente teorema:

Assunzioni

- Mario è architetto oppure è geometra.
- Se Mario fosse architetto, allora Mario sarebbe laureato.
- Mario non è laureato.

Tesi

- Mario è geometra.

Formalizzazione del teorema 2

Formalizziamo il problema come segue:

a = "Mario è architetto"

g = "Mario è geometra"

l = "Mario è laureato"

Il teorema può essere riscritto come:

Ip1 $a \vee g$

Ip2 $a \rightarrow l$

Ip3 $\neg l$

Tesi g

Dimostrazione del teorema 2

- (1) $\neg\neg a \vee g$ Doppia negazione Ip1
- (2) $\neg a \rightarrow g$ Def. implicazione (1)
- (3) $\neg l \rightarrow \neg a$ Contrapp. di Ip2
- (4) $\neg a$ MP da Ip3 e (3)
- (5) g MP da (4) e (2)