Fondamenti di Informatica

per la Sicurezza

a.a. 2005/06

Algebre di Boole

Stefano Ferrari

Università degli Studi di Milano
Dipartimento di Tecnologie
dell'Informazione

Formalizzazione (1)

Formalizzare le seguenti proposizioni:

a) se Aldo e Bruno non mangiano insieme, Carlo cucina

b) se Aldo mangia, Bruno digiuna

c) Carlo cucina

d) se Carlo cucina, Bruno e Aldo mangiano

e) Bruno non mangia e Carlo cucina

Formalizzazione (2)

Definiamo i seguenti simboli enunciativi:

a = "Aldo mangia"

b = "Bruno mangia"

c = "Carlo cucina"

Formalizzazione (3)

Le frasi date possono essere formalizzate come:

a) $\neg(a \wedge b) \longrightarrow c$

b) $a \longrightarrow \neg b$

c) c

d) $c \longrightarrow (b \wedge a)$

e) $\neg b \wedge c$

Tavola di verità

$(\neg r \wedge (\neg p \vee (\neg q \wedge r))) \leftrightarrow (p \vee q)$ è una tautologia?

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \wedge r$	$\neg p$	$\neg p \vee \alpha$	$\neg r$	$\neg r \wedge \beta$	$p \vee q$	$\gamma \leftrightarrow \delta$
F	F	F	V	F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F	V	F	V	F
V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	F
V	V	F	F	F	F	F	V	F	V	F
V	V	V	F	F	F	F	F	F	V	F
				α		β		γ	δ	

Non è una tautologia.

Teorema 1

Dimostrare la validità del seguente teorema:

Ip1 $\neg a \longrightarrow (b \wedge c)$

Ip2 $\neg b$

Tesi a

(1)	$\neg a \longrightarrow (b \wedge c)$	Ip1
(2)	$(\neg a \longrightarrow b) \wedge (\neg a \longrightarrow c)$	distrib. conseg. di (1)
(3)	$\neg a \longrightarrow b$	elim. di cong. in (2)
(4)	$\neg b \longrightarrow a$	contrapp. di (3)
(5)	$\neg b$	Ip2
(6)	a	MP da (4) e (5)

Teorema 2

Dimostrare la validità del seguente teorema:

Assunzioni

- Mario è architetto oppure è geometra.
- Se Mario fosse architetto, allora Mario sarebbe laureato.
- Mario non è laureato.

Tesi

- Mario è geometra.

Formalizzazione del teorema 2

Formalizziamo il problema come segue:

a = “Mario è architetto”

g = “Mario è geometra”

l = “Mario è laureato”

Il teorema può essere riscritto come:

Ip1 $a \vee g$

Ip2 $a \longrightarrow l$

Ip3 $\neg l$

Tesi g

Dimostrazione del teorema 2

(1)	$\neg\neg a \vee g$	equiv. logica di Ip1
(2)	$\neg a \rightarrow g$	equiv. logica di 1
(3)	$\neg l \rightarrow \neg a$	contrapp. di Ip2
(4)	$\neg a$	MP da Ip3 e (3)
(5)	g	MP da (4) e (2)