
Fondamenti di Informatica

per la Sicurezza

a.a. 2003/04

◊ *Reti logiche* ◊

Stefano Ferrari



Università degli Studi di Milano
Dipartimento di Tecnologie dell'Informazione

- circuiti descrivibili in termini di porte logiche senza retroconnessioni (comportamento ingresso/uscita)
- il loro funzionamento risponde agli assiomi dell'algebra booleana:
 - qualsiasi funzione booleana può essere descritta come combinazione di porte AND, OR o NOT (o, per esempio di NAND)
 - uso di teoremi dell'algebra di Boole per la progettazione dei circuiti

Realizzare la funzione $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}^2$, dove x sia un numero binario di tre cifre: $x_2x_1x_0$

- l'ingresso assumerà valori fra 0 e $2^3 - 1 = 7$
- l'uscita assumerà valori tra $0^2 = 0$ e $7^2 = 49$
- l'uscita dovrà essere rappresentata da $\lceil \log_2 49 \rceil = 6$ bit

•

x_2	x_1	x_0	f_5	f_4	f_3	f_2	f_1	f_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
2	0	1	0	0	0	1	0	0	4
3	0	1	1	0	0	1	0	1	9
4	1	0	0	0	1	0	0	0	16
5	1	0	1	0	1	1	0	1	25
6	1	1	0	1	0	0	1	0	36
7	1	1	1	1	1	0	0	1	49

La funzione f è realizzabile nel seguente modo:

- si sintetizzano sei reti logiche, R_0, \dots, R_5 , ognuna delle quali realizza una delle funzioni booleane f_0, \dots, f_5
- le si compongono alimentandole con gli stessi ingressi x_0, \dots, x_2

- Un *mintermine* è una espressione booleana del tipo:

$$x_2 \cdot -x_1 \cdot x_0$$

- $x_2 \cdot -x_1 \cdot x_0 = 1$ se e solo se $x_2 = 1$, $x_1 = 0$ e $x_0 = 1$
- una somma di minterm vale 1 se e solo se almeno uno di essi vale 1

Teorema di rappresentazione

- ogni funzione booleana $f(x_n, \dots, x_0)$ è rappresentabile come somma di minterm

$$f(x_n, \dots, x_0) = m_1 + \dots + m_k$$

dove $m_1 + \dots + m_k$ sono i minterm corrispondenti alle righe in cui $f = 1$

- tale rappresentazione è detta in forma *disgiuntiva* (poiché + corrisponde alla disgiunzione logica \vee)

Una espressione in forma disgiuntiva può essere semplificata applicando alternativamente le due seguenti regole di semplificazione:

- $\alpha \cdot x_k \cdot \beta + \alpha \cdot \neg x_k \cdot \beta = \alpha \cdot \beta$
- $\alpha + \alpha \cdot \beta = \alpha$

dove α e β sono prodotti di variabili.

Esempio: sommatore

- sommatore con riporto

- Una rete combinatoria con n ingressi può realizzare al più 2^n funzioni.
- Una rete combinatoria non può eseguire una successione di azioni:
 a_0, \dots, a_n ,
dove ogni azione, a_i , dipenda non solo dagli ingressi all'istante i , ma anche dall'esito delle azioni precedenti.

Una rete sequenziale è una rete dotata di memoria.

Proprietà:

- è una rete logica a due ingressi e una uscita
- il valore di uscita permane finché uno degli ingressi non passa a 1
- Una batteria di n flip-flop compone un registro a n bit
- un registro di n bit può memorizzare 2^n configurazioni diverse (*stati*)

Esempio: sommatore seriale

- Un sommatore seriale accetta in ingresso, ad ogni istante, una coppia di cifre binarie che somma tra loro e al riporto dell'istante precedente.
- automa a stati finiti