
Fondamenti di Informatica per la Sicurezza a.a. 2003/04

◇ *Calcolo binario* ◇

Stefano Ferrari



Università degli Studi di Milano
Dipartimento di Tecnologie dell'Informazione

Aritmetica è contare fino a venti

senza togliersi le scarpe

[Topolino]

Un numero è un ente astratto usato per indicare proprietà quantitative delle grandezze.

- Per contare non è necessario conoscere i numeri
- Relazione tra insieme di oggetti discreti:
 - sassolini e pecore
 - dita della mano e figli
- o grandezze continue:
 - tempo che passa e candela che brucia
 - tempo che passa e percorso dell'ombra

Indipendenza del concetto "numero" dalla sua rappresentazione:

+ + + 0 + 0 + 0 0 0 + 0 + 0 0 0 + 0 + 0

I simboli “+” sono posizionati in corrispondenza di un numero primo.

Numerale: rappresentazione simbolica di un numero.

La *notazione posizionale* (inventata in India, perfezionata dagli arabi e poi introdotta in Europa da Fibonacci) è basata su dieci cifre, che cambiano di significato in funzione della loro posizione.

- Esempio: 1203 ($1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$)
- Esempio negativo: numerazione romana (addizionale) — *MCCIII*

Proprietà della notazione posizionale:

- Somma: viene operata agendo “localmente” (unità con unità, decine con decine e così via)
- Traslazione (shift): moltiplicare o dividere per 10 trasla le cifre di una posizione.

$$(a_4 a_3 a_2 a_1 a_0)_b$$

$$a_4 \cdot b^4 + a_3 \cdot b^3 + a_2 \cdot b^2 + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0$$

Basi notevoli:

- decimale, $b = 10$ $a_i \in \{0, \dots, 9\}$
- binaria, $b = 2$ $a_i \in \{0, 1\}$
- ottale, $b = 8$ $a_i \in \{0, \dots, 7\}$
- esadecimale, $b = 16$ $a_i \in \{0, \dots, 9, A, \dots, F\}$

Tuttavia, le uova si vendono a dozzine, le ore sono composte da 60 minuti e i giorni da 24 ore: la base 12 è divisibile per 2, 3, 4 e 6.

NB: Cambia solo la *rappresentazione* del numero!

- divisione intera (*div*) e resto (*mod*)
- esempio: $10 \rightarrow 2$

$$\begin{aligned} 13 &= 6 \cdot 2 + 1 = \\ &= (3 \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 = \\ &= ((1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 = \\ &= (((0 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 \\ &= ((1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 \\ &= (1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 \\ &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 \quad (\cdot 2^0) \end{aligned}$$

$$(13)_{10} = (1101)_2$$

Binary Digit (cifra binaria): un bit può valere 0 o 1.

- Quanti numeri sono rappresentabili in N bit?
 N simboli che, indipendentemente uno dall'altro, possono assumere due valori $\rightarrow 2^N$ combinazioni diverse
- Quali numeri sono rappresentati da N bit?
 - Lo stabilisce la codifica (arbitraria)

Rappresentazione di numeri negativi

- con bit di segno

0	0	0	+0
0	0	1	+1
0	1	0	+2
0	1	1	+3
1	0	0	-0
1	0	1	-1
1	1	0	-2
1	1	1	-3

- il bit più significativo rappresenta il segno, gli altri bit rappresentano il modulo
- lo stesso numero (lo zero) viene rappresentato con due numerali differenti
- le operazioni aritmetiche sono macchinose

- Notazione in complemento a due
 - codifica: si rappresenta il modulo in binario; se il numero è negativo, si invertono le cifre e poi si somma 1.
 - decodifica: se il primo simbolo è zero si considera semplicemente come un numero binario, se il primo simbolo è uno lo si decodifica in binario e ad esso si sottrae il numero 2^n .

Operazioni in complemento a due

- somma
- sottrazione

Rappresentazione di numeri decimali

- virgola fissa:
 - precisione assoluta
- virgola mobile:
 - precisione relativa

Quanti bit servono per rappresentare M elementi?

$$2^x \geq M \Rightarrow x \geq \log_2 M$$

codifica ASCII

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Char
0	0	000	NUL (null)	32	20	040	SPACE	64	40	100	@	96	60	140	`
1	1	001	SOH (start of heading)	33	21	041	!	65	41	101	A	97	61	141	a
2	2	002	STX (start of text)	34	22	042	"	66	42	102	B	98	62	142	b
3	3	003	ETX (end of text)	35	23	043	#	67	43	103	C	99	63	143	c
4	4	004	EOT (end of transmission)	36	24	044	\$	68	44	104	D	100	64	144	d
5	5	005	ENQ (enquiry)	37	25	045	%	69	45	105	E	101	65	145	e
6	6	006	ACK (acknowledge)	38	26	046	&	70	46	106	F	102	66	146	f
7	7	007	BEL (bell)	39	27	047	'	71	47	107	G	103	67	147	g
8	8	010	BS (backspace)	40	28	050	(72	48	110	H	104	68	150	h
9	9	011	TAB (horizontal tab)	41	29	051)	73	49	111	I	105	69	151	i
10	A	012	LF (NL line feed, new line)	42	2A	052	*	74	4A	112	J	106	6A	152	j
11	B	013	VT (vertical tab)	43	2B	053	+	75	4B	113	K	107	6B	153	k
12	C	014	FF (NP form feed, new page)	44	2C	054	,	76	4C	114	L	108	6C	154	l
13	D	015	CR (carriage return)	45	2D	055	-	77	4D	115	M	109	6D	155	m
14	E	016	SO (shift out)	46	2E	056	.	78	4E	116	N	110	6E	156	n
15	F	017	SI (shift in)	47	2F	057	/	79	4F	117	O	111	6F	157	o
16	10	020	DLE (data link escape)	48	30	060	0	80	50	120	P	112	70	160	p
17	11	021	DC1 (device control 1)	49	31	061	1	81	51	121	Q	113	71	161	q
18	12	022	DC2 (device control 2)	50	32	062	2	82	52	122	R	114	72	162	r
19	13	023	DC3 (device control 3)	51	33	063	3	83	53	123	S	115	73	163	s
20	14	024	DC4 (device control 4)	52	34	064	4	84	54	124	T	116	74	164	t
21	15	025	NAK (negative acknowledge)	53	35	065	5	85	55	125	U	117	75	165	u
22	16	026	SYN (synchronous idle)	54	36	066	6	86	56	126	V	118	76	166	v
23	17	027	ETB (end of trans. block)	55	37	067	7	87	57	127	W	119	77	167	w
24	18	030	CAN (cancel)	56	38	070	8	88	58	130	X	120	78	170	x
25	19	031	EM (end of medium)	57	39	071	9	89	59	131	Y	121	79	171	y
26	1A	032	SUB (substitute)	58	3A	072	:	90	5A	132	Z	122	7A	172	z
27	1B	033	ESC (escape)	59	3B	073	;	91	5B	133	[123	7B	173	{
28	1C	034	FS (file separator)	60	3C	074	<	92	5C	134	\	124	7C	174	
29	1D	035	GS (group separator)	61	3D	075	=	93	5D	135]	125	7D	175	}
30	1E	036	RS (record separator)	62	3E	076	>	94	5E	136	^	126	7E	176	~
31	1F	037	US (unit separator)	63	3F	077	?	95	5F	137	_	127	7F	177	DEL

- campionamento al doppio della frequenza massima
- Misura di grandezze fisiche (analogia)
- Codifica per campionamento
- Quanti livelli di quantizzazione?
- A quale frequenza?
- Quanti canali?
- MP3

- Righe \times Colonne \times Colori
- Problema: codifica del colore!
- Codifiche di sequenze video
- Codifica a palette
- Codifica vettoriale
- Codifica percettiva

- Fino a quanto possiamo contare (senza toglierci le scarpe)?
- <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/1350/fferlan2.htm>
- Quanti bit servono per rappresentare un'immagine di uno schermo 1024×768 a 8 bit per canale?