

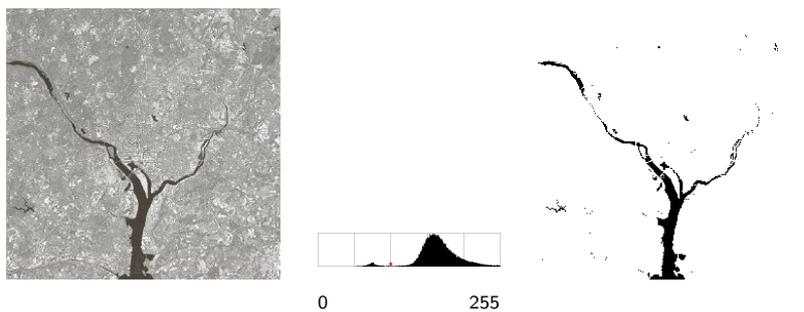
Struttura topologica di una immagine

Stefano Ferrari

Università degli Studi di Milano
stefano.ferrari@unimi.it

Elaborazione delle immagini
anno accademico 2010–2011

- ▶ Una immagine $f(x, y)$ è composta da pixel.
- ▶ Alcune elaborazioni prendono in considerazione sottoinsiemi di pixel aventi caratteristiche particolari.
- ▶ Esempio: stima dell'area occupata dal fiume.



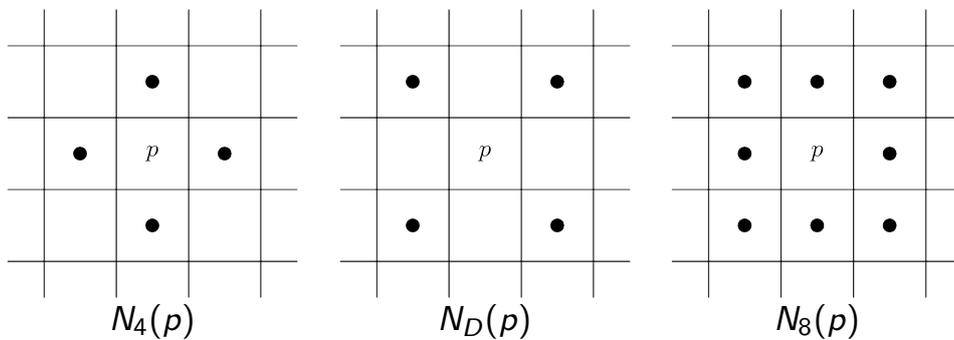
- ▶ identificare i pixel con il colore del fiume;
 - ▶ il fiume ha tonalità diverse;
- ▶ selezionare tra questi i pixel collegati;
 - ▶ per non contare anche le altre regioni coperte d'acqua;
- ▶ considerare le regioni che sono “naturalmente” allineate;
 - ▶ tratti di fiume separati da ponti, strettoie, coperture.

Relazioni tra pixel

- ▶ Risultano utili strumenti:
 - ▶ una relazione di vicinanza tra pixel;
 - ▶ una relazione di adiacenza tra pixel;
 - ▶ una relazione di connessione tra pixel;
 - ▶ una misura di distanza tra pixel.
- ▶ Questi concetti possono essere estesi a sottoinsiemi di pixel.

Vicinanza

- ▶ Un pixel p di coordinate (x, y) ha come vicini i pixel:
- ▶ N_4 : $(x + 1, y)$, $(x - 1, y)$, $(x, y + 1)$, $(x, y - 1)$;
- ▶ N_D : $(x + 1, y + 1)$, $(x - 1, y + 1)$, $(x + 1, y - 1)$, $(x - 1, y - 1)$;
- ▶ N_8 : $N_4 \cup N_D$.



Adiacenza

- ▶ La relazione di *adiacenza* è definita rispetto a pixel “simili”.
- ▶ In questo contesto, l'intensità dei pixel viene utilizzata per definire due pixel come “simili”: l'insieme V contiene le intensità da considerare (arbitrariamente) nella definizione di adiacenza.
- ▶ Sono utilizzati tre tipi di adiacenza: *4-adiacenza*, *8-adiacenza* e *m-adiacenza (mixed)*.
- ▶ I pixel p e q con valori di intensità in V :
 - ▶ sono 4-adiacenti se $q \in N_4(p)$;
 - ▶ sono 8-adiacenti se $q \in N_8(p)$;
 - ▶ sono m -adiacenti se:
 - ▶ $q \in N_4(p)$, o
 - ▶ $q \in N_D(p)$ e $N_4(p) \cap N_4(q)$ non ha pixel con valori in V .
- ▶ La m -adiacenza viene usata per evitare le ambiguità che si verificano in 8-adiacenza.

Path

- ▶ un *path* dal pixel p al pixel q di coordinate (x_p, y_p) e (x_q, y_q) è una sequenza di $n + 1$ pixel aventi coordinate:

$$(x_0, y_0) (x_1, y_1) \dots, (x_n, y_n)$$

dove:

- ▶ $(x_0, y_0) = (x_p, y_p)$ e $(x_n, y_n) = (x_q, y_q)$
- ▶ (x_i, y_i) e (x_i, y_p) sono adiacenti ($1 \leq i \leq n$)
- ▶ Il numero n è la *lunghezza* del path.
- ▶ Se $(x_0, y_0) = (x_n, y_n)$, il path è *chiuso*.
- ▶ La definizione di path dipende dalla definizione di adiacenza:
 - ▶ ci sono 4-path, 8-path o m -path.

Componenti connesse

- ▶ Si consideri un sottoinsieme, S di pixel dell'immagine.
- ▶ Due pixel, p e q , di S sono detti *connessi in S* se esiste un *path* composto da pixel in S .
- ▶ L'insieme dei pixel di S connessi ad un dato pixel costituisce una *componente connessa* di S .
- ▶ Se esiste una sola componente connessa in S , allora S viene detto *insieme connesso*.
- ▶ Un sottoinsieme, R di pixel di una immagine viene detto *regione* se è un insieme connesso.

Relazioni tra regioni

- ▶ La relazione di *adiacenza* può essere estesa alle regioni.
- ▶ Due regioni R_i e R_j sono *adiacenti* se $R_i \cup R_j$ è connesso.
- ▶ Regioni non adiacenti sono dette *disgiunte*.
- ▶ La relazione di adiacenza tra regioni dipende dalla definizione di vicinanza adottata.
- ▶ L'unione di tutte le regioni di una immagine viene detta *primo piano* (*foreground*) dell'immagine.
 - ▶ Anche i termini *soggetto* o *oggetto* dell'immagine vengono utilizzati allo scopo.
- ▶ Il complemento dell'unione di tutte le regioni (cioè l'insieme di pixel dell'immagine che non appartengono a nessuna regione) viene detto *sfondo* (*background*).
- ▶ Poiché è comodo considerare che gli oggetti in primo piano siano incastonati nello sfondo, se necessario si aggiunge all'immagine una cornice di pixel dello sfondo.
 - ▶ Viene quindi aggiunta una riga di pixel sopra e sotto l'immagine, e un pixel in testa ed in fondo ad ogni riga dell'immagine originale.

Bordo di una regione

- ▶ Il *bordo* o *contorno* (*boundary*, *border* o *contour*) di una regione R è l'insieme di punti di R adiacenti a punti nel complemento di R .
 - ▶ In altri termini, il bordo di una regione è costituito dai pixel che sono adiacenti a pixel dello sfondo.
- ▶ Il bordo di una regione è detto anche *bordo interno* (*inner border*), in contrasto con il *bordo esterno* (*outer border*), costituito dai pixel del background ad esso adiacenti.
- ▶ Il vantaggio nel considerare il bordo esterno viene dal fatto che esso è sempre chiuso.
 - ▶ Quando la regione è costituito da una sequenza di pixel, il bordo interno non è un percorso chiuso, mentre il bordo esterno sì.
 - ▶ Si può quindi identificare il bordo interno come l'insieme di pixel (in primo piano) adiacenti al bordo esterno.
- ▶ Un concetto simile al bordo è quello di *spigolo* o *lato* (*edge*), che sarà introdotto nel seguito.
 - ▶ L'edge è tipicamente una sottosequenza del bordo, ma non sempre.

Distanza

- ▶ La *funzione distanza* o *metrica* è una funzione reale definita su coppie di pixel tale che:
 1. $D(p, q) \geq 0$, ($D(p, q) = 0$ iff $p = q$)
 2. $D(p, q) = D(q, p)$
 3. $D(p, q) \leq D(p, z) + D(z, q)$
- ▶ *Distanza euclidea*, D_e , (norma L_2):

$$D_e(p, q) = [(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2]^{\frac{1}{2}}$$

- ▶ *Distanza D_4* , (norma L_1):

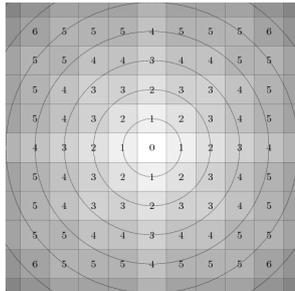
$$D_4(p, q) = \|x_p - x_q\| + \|y_p - y_q\|$$

- ▶ detta anche distanza Manhattan, del taxi o *city-block*.

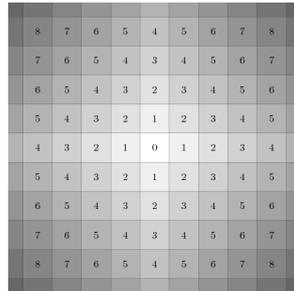
Distanza (2)

- Distanza D_8 , o della scacchiera (norma L_∞):

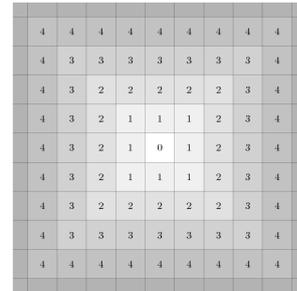
$$D_8(p, q) = \max(\|x_p - x_q\|, \|y_p - y_q\|)$$



D_e



D_4



D_8

- I pixel, q , sono etichettati con il raggio intero, $r \in \mathbb{N}$, del disco di appartenenza: $r - 1 < D(p, q) \leq r$, dove p è il pixel centrale.

Distanza (3)

- La distanza può essere valutata anche utilizzando la m -adiacenza.
- La m -distanza, D_m , a differenza di D_e , D_4 e D_8 dipende dal contenuto dell'immagine.