Sharpening mediante filtraggio spaziale

Stefano Ferrari

Università degli Studi di Milano
stefano.ferrari@unimi.it

Elaborazione delle immagini
anno accademico 2009–2010

Sharpening

- Il termine *sharpening* (nitidezza) si riferisce alle tecniche utilizzate per esaltare le transizioni di intensità.
- Nelle immagini, i bordi tra oggetti differenti sono visibili perché l'intensità luminosa cambia: un'immagine appare nitida se la transizione di intensità è netta.
- Le transizioni di intensità tra pixel adiacenti sono legate alle proprietà differenziali dell'immagine.
- Si è quindi interessati ad operatori (possibilimente esprimibili come filttri lineari) capaci di calcolare le derivate di un'immagine.

Derivata prima di un'immagine

- Poiché l'immagine è una funzione discreta, la tradizionale definizione di derivata non può essere applicata.
- Deve quindi essere definita un opportuno operatore che rispetti le principali proprietà della derivata:
  1. vale zero nelle aree di intensità costante;
  2. è diverso da zero per un gradino (o una rampa) di intensità;
  3. è costante su rampe di inclinazione costante.
- Pare naturale scegliere come operatore di derivata prima la differenza di intesità tra pixel adiacenti.
- Per semplicità, si consideri il caso monodimensionale:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

- Poiché $\frac{\partial f}{\partial x}$ viene definito usando il pixel successivo:
  - non si può calcolare sull'ultimo pixel di una riga;
  - è diverso da zero nel pixel che precede un gradino.

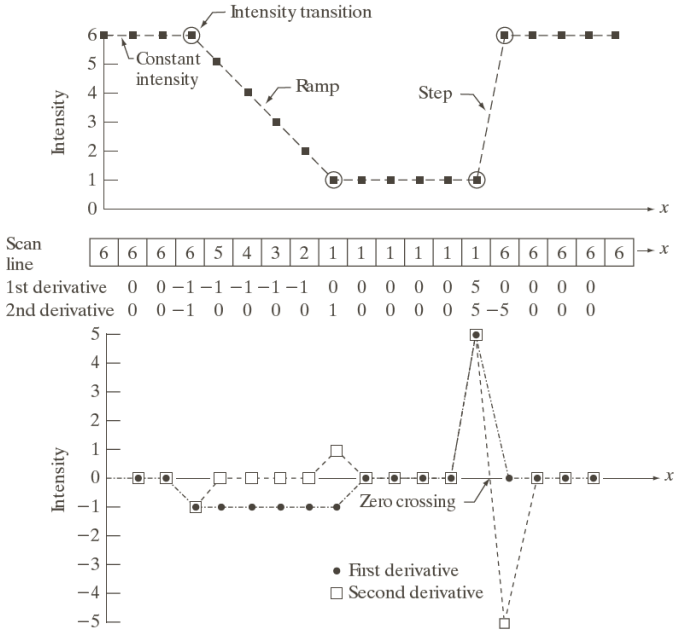
Derivata seconda di un'immagine

- Analogamente, si può definire l'operatore derivata seconda di un'immagine come:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= f(x+1) - f(x) - (f(x) - f(x-1)) \\ &= f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)\end{aligned}$$

- Questo operatore gode delle seguenti proprietà:
  1. vale zero nelle aree di intensità costante;
  2. è diverso da zero all'ingresso di un gradino (o una rampa) di intensità;
  3. vale zero su rampe di inclinazione costante.
- Poiché viene $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ definito usando il pixel precedente e quello successivo:
  - non si può calcolare sul primo e l'ultimo pixel di una riga;
  - è diverso da zero nel pixel che precede e in quello che segue un gradino.

Derivate di un'immagine: esempio



Nota: in corrispondenza del gradino, la derivata seconda cambia di segno.

Laplaciano

- Tipicamente i filtri di sharpening usano operatori del secondo ordine.
  - Un operatore derivativo del secondo ordine è più sensibile alle variazioni di intensità.
- Inoltre, nelle immagini vengono considerate le derivate parziali.
  - La derivata in un punto dipende dalla direzione lungo la quale si calcola la variazione.
- Operatori invarianti alla rotazione vengono detti *isotropici*.
  - Ruotare e filtrare ha lo stesso effetto di filtrare e ruotare.
- Il *laplaciano* è il più semplice operatore derivativo isotropico rispetto alle direzioni principali:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Filtro laplaciano

- In una immagine digitale, le derivate seconde rispetto a x e y si calcolano come:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)\end{aligned}$$

- Quindi, il laplaciano risulta essere:

$$\begin{aligned}\nabla^2 f(x, y) &= f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) \\ &\quad + f(x, y-1) - 4f(x, y)\end{aligned}$$

- Si possono aggiungere le derivate lungo le diagonali:

$$\begin{aligned}\nabla^2 f(x, y) &+ f(x-1, y-1) + f(x+1, y+1) + f(x-1, y+1) \\ &+ f(x+1, y-1) - 4f(x, y)\end{aligned}$$

Filtro laplaciano 2

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

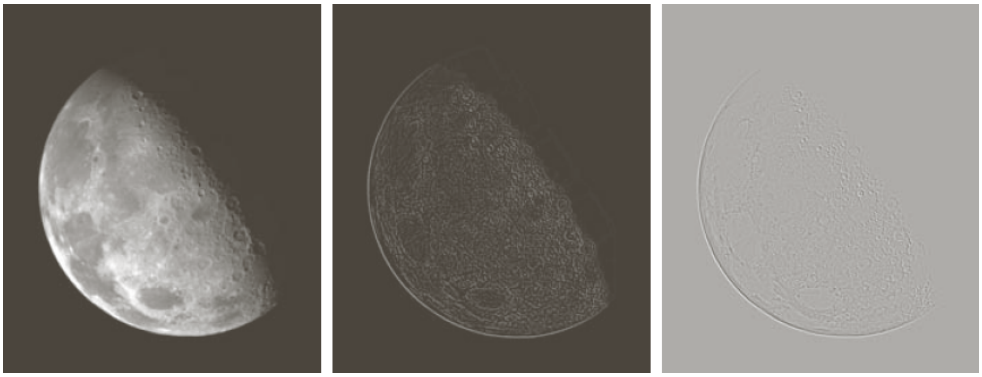
Filtro laplaciano invariante a rotazioni di 90°

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

Filtro laplaciano invariante a rotazioni di 45°

Filtro laplaciano: esempio

- Il laplaciano assume spesso valori negativi.
- Per essere visualizzato, deve essere opportunamente scalato nell'intervallo di rappresentazione $[0, \ldots, L-1]$.



Filtro laplaciano: esempio (2)

- Il laplaciano assume valori positivi all'ingresso di un gradino e valori negativi all'uscita.
- Sottraendo il laplaciano (o una sua frazione) all'immagine, si aumenta l'altezza del gradino.

(a) (b) (c)

- (a) Immagine originale, (b) con laplaciano, (c) con laplaciano con diagonali.

Unsharp masking

- L'*unsharp masking* è uno dei metodi usati in grafica per renndere percettivamente più nitide le immagini.
- Esso consiste nel:
  1. sfuocare l'immagine originale;
  2. ottenere la maschera come differenza tra l'immagine originale e la copia sfuocata;
  3. aggiungere la maschera all'immagine originale.
- Il procedimento si può riassumere nella formula:

$$g = f + k \cdot (f - f * h)$$

dove f è l'immagine originale, h è un filtro di smoothing e k è una costante per regolare il contributo della maschera.

- Se $k > 1$, il procedimento viene detto filtraggio *highboost*.

Unsharp masking (2)

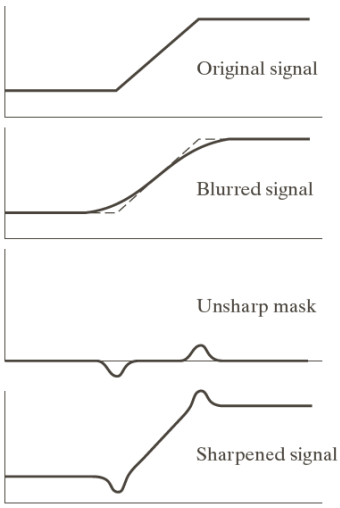


Immagine originale

Immagine sfuocata

Maschera di unsharp

Immagine unsharp

Immagine highboost

Gradiente

- Il *gradiente* di una funzione è il vettore formato dalle derivate parziali.
- Per una funzione bidimensionale, $f(x, y)$:

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- Il vettore gradiente punta nella direzione della maggiore variazione.
- La *magnitudo* del gradiente, $M(x, y)$ è:

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{(g_x^2 + g_y^2)}$$

  - Viene detta *immagine gradiente*.
  - Spesso approssimata come $M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$.

Operatori derivata

- $$g_x(x, y) = f(x + 1, y) - f(x, y)$$
  $$g_y(x, y) = f(x, y + 1) - f(x, y)$$
- Operatori di Roberts:

$$g_x(x, y) = f(x + 1, y + 1) - f(x, y)$$
$$g_y(x, y) = f(x, y + 1) - f(x - 1, y)$$

- Operatori di Sobel:

$$\begin{aligned} g_x(x, y) = &-f(x - 1, y - 1) - 2f(x - 1, y) \\ &- f(x - 1, y + 1) + f(x + 1, y - 1) \\ &+ 2f(x + 1, y) + f(x + 1, y + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_y(x, y) = &-f(x - 1, y - 1) - 2f(x, y - 1) \\ &- f(x + 1, y - 1) + f(x - 1, y + 1) \\ &+ 2f(x, y + 1) + f(x + 1, y + 1) \end{aligned}$$

Operatori derivata (2)

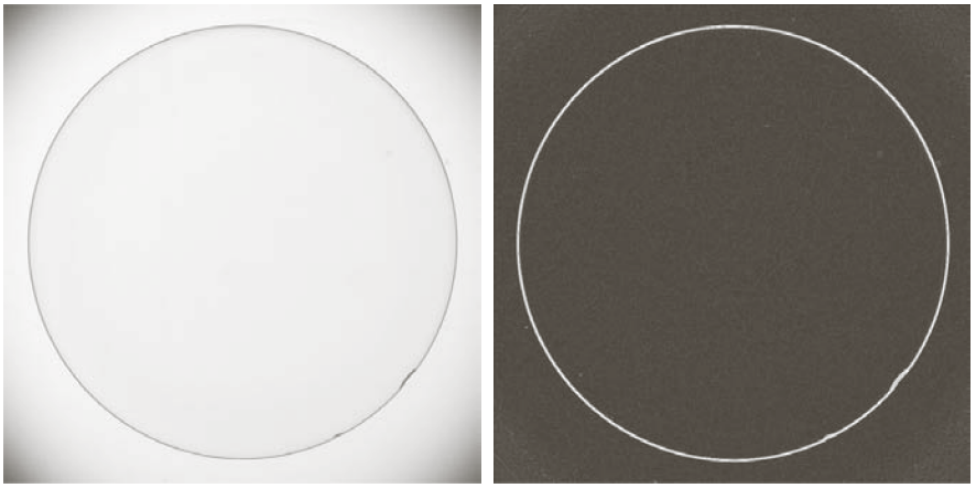
- Operatori di Roberts:

−1	0	0	−1
0	1	1	0

- Operatori di Sobel:

−1	−2	−1	−1	0	1
0	0	0	−2	0	2
1	2	1	−1	0	1

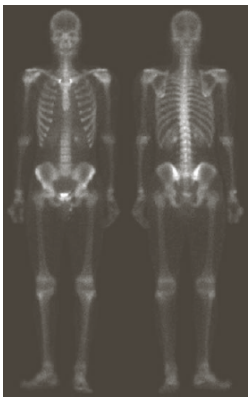
Applicazioni basate su gradiente



- L'applicazione dei filtri di Sobel riduce la visibilità delle regioni in cui l'intensità varia poco, permettendo di evidenziare i difetti (e di facilitarne il rilevamento mediante procedimenti automatici).

Metodi combinati

- Spesso, l'utilizzo di una singola tecnica non è sufficiente per ottenere l'effetto desiderato.
- Per esempio, l'immagine (a) è affetta da rumore e poco dettagliata.



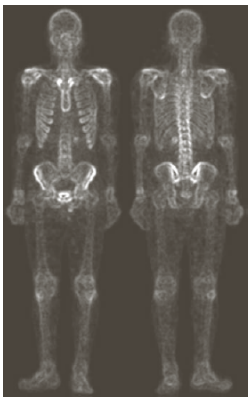
(a)

(b)

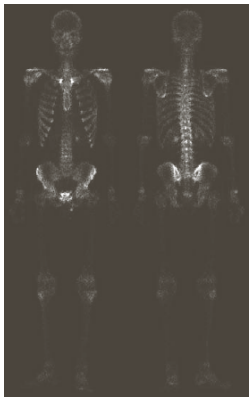
- L'applicazione di un filtro laplaciano (b) migliora i dettagli, ma amplifica anche il rumore.
- Il gradiente è meno sensibile al rumore del laplaciano (che è del secondo ordine).

Metodi combinati (2)

- Il gradiente, smussato da un filtro di smoothing per eliminare il rumore, può essere usato per pesare il contributo del laplaciano.
- Nell'immagine (c) è riportato il gradiente ottenuto mediante i filtri di Sobel, convoluto con un filtro 5×5.



(c)

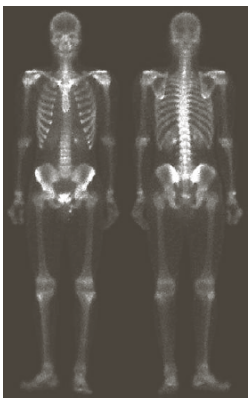


(d)

- Moltiplicando la maschera per il laplaciano, si ottiene l'immagine (d).
- Le variazioni di intensità sono preservate, ma il rumore è stato filtrato.

Metodi combinati (3)

- L'immagine (d) può essere sommata all'immagine originale, ottenendo l'immagine (e).
- Il range dinamico può essere aumentato applicando una trasformazione di potenza (f).



(e)

(f)

- La trasformazione di intensità ha reso più visibile il rumore, ma ha evidenziato altri dettagli, quali i tessuti intorno allo scheletro.