

Modelli analitici descrittivi

Lezione 5: statistica inferenziale

Nota: Le funzioni statistiche di Excel hanno cambiato spesso nome nel passaggio da una versione all'altra. È possibile che i nomi qui utilizzati non siano più quelli correnti. Conviene fare riferimento alla pagina <https://support.office.com/it-it/article/Funzioni-statistiche-riferimento-624dac86-a375-4435-bc25-76d659719ffd>

1 Esercizio 5-1:

La durata di un certo componente elettronico segue una distribuzione esponenziale con media pari a 4 anni.

- Si descrivano e si rappresentino graficamente le funzioni di densità e di ripartizione di probabilità della durata di tale componente.
- Si determini la probabilità che tale componente elettronico duri almeno un anno.
- Si determini la probabilità che il componente duri da tre a sei anni.
- Si determini la probabilità che il componente duri più di cinque anni.
- Si determini la probabilità che il componente duri al massimo quattro anni.

Soluzione Il parametro fondamentale della distribuzione esponenziale λ è l'inverso della media, dunque nel caso considerato è $\lambda = 0.25$. Il file `Es5-1.xls` riporta la soluzione, ottenuta con la funzione `DISTRIB.EXP.N(x;lambda;cumulativo)` di Excel (in versioni precedenti di Excel la funzione si chiamava `EXPONDIST`).

Detta $F(x, \lambda)$ la funzione di ripartizione esponenziale:

- la probabilità che il componente duri almeno un anno è $1 - F(1, 0.25)$;
- la probabilità che il componente duri da tre a sei anni è $F(6, 0.25) - F(3, 0.25)$;
- la probabilità che il componente duri più di cinque anni è $1 - F(5, 0.25)$;
- la probabilità che il componente duri al massimo quattro anni è $F(4, 0.25)$: è più del 50%, dunque la mediana cade prima della media; questo dipende dal fatto che la distribuzione è asimmetrica verso destra.

2 Esercizio 5-2:

Sia X la durata in mesi di una valvola per radio. Si supponga che X segua una distribuzione esponenziale con valor medio pari a 25 (da cui $\lambda = 0.04$). Per quanti mesi il venditore deve garantire la valvola se vuole che la probabilità che essa soddisfi la garanzia sia 0.70?

Soluzione Il file `Es5-2.xls` riporta la soluzione, ottenuta in due modi:

1. generando la funzione di distribuzione esponenziale per diversi valori di durata x e cercando per tentativi il valore più vicino alla probabilità richiesta del 70%;
2. sfruttando il fatto che la distribuzione Gamma con parametri $\alpha = 1$ e $\beta = 1/\lambda$ coincide con l'esponenziale, e utilizzando la funzione inversa `GAMMAINV(prob, alpha, beta)`.

3 Esercizio 5-3:

Si sa che mediamente il 25% dei clienti richiede la confezione regalo e che oggi arriveranno 1000 clienti. Quante confezioni regalo bisogna avere a disposizione per avere il 95% di probabilità di accontentare tutti i clienti?

Soluzione Il file `Es5-3.xls` riporta la soluzione ottenuta per tentativi dalla funzione di distribuzione binomiale. A partire da Excel 2010, la funzione `INV.BINOM(prove; probabilita_s; alfa)` fornisce direttamente il risultato (273).

4 Esercizio 5-4:

Si deve caricare un furgoncino che ha una capacità massima di carico di 1100 Kg con bottiglie d'acqua da 1 Kg in media (plastica compresa). In volume ci stanno sicuramente. Quante bottiglie si possono caricare per avere la sicurezza al 99.9% di non rompere il furgone, sapendo che la deviazione standard del peso della bottiglie è pari a $\sigma = 10$ grammi?

Soluzione L'esercizio è largamente pretestuoso, sia perché la precisione nella misura del peso delle bottiglie è molto superiore sia perché non si arriva mai al limite estremo nel rispettare il carico dei mezzi (che comunque ha dei margini molto ampi). Consideriamolo più che altro un esempio numerico.

Occorre inoltre sapere che la somma di più variabili con distribuzione normale ha ancora una distribuzione normale, con media e scarto quadratico pari alla somma degli indici corrispondenti per le singole variabili.

Il file `Es5-4.xls` riporta la soluzione ottenuta per tentativi dalla distribuzione normale. Questa volta i tentativi sono sul valore della media, dato che la variabile di decisione è il numero di bottiglie b , che determina il peso totale medio, pari a b Kg. Con $b = 1069$ bottiglie, `NORM.DIST(0,999;1069;10)` dà una garanzia del 99.9% di ottenere un peso totale ≤ 1099.902 .