Lezione 9

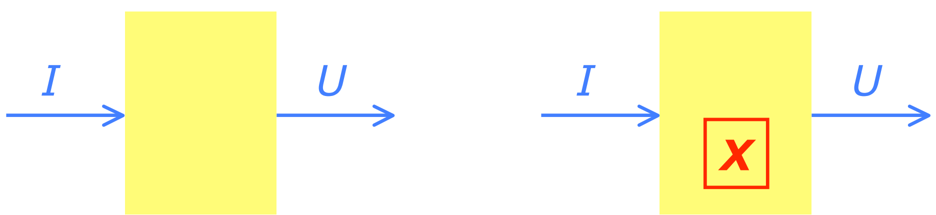
Circuiti sequenziali: macchine a stati finiti

Proff. A. Borghese, F. Pedersini

Dipartimento di Scienze dell'Informazione
Università degli Studi di Milano

Macchine sequenziali

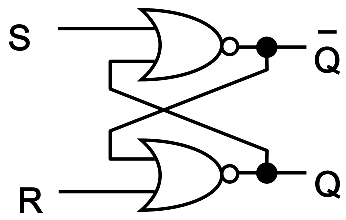
- Macchina combinatoria: $\mathbf{U} = f(\mathbf{I})$
  - senza memoria, uscita dipende solo dagli ingressi
- Macchina sequenziale: $\mathbf{X^*} = f(\mathbf{X}, \mathbf{I})$, $\mathbf{U} = g(\mathbf{X})$
  - 2 funzioni: **uscita** e **stato prossimo**
  - esiste la memoria: lo STATO

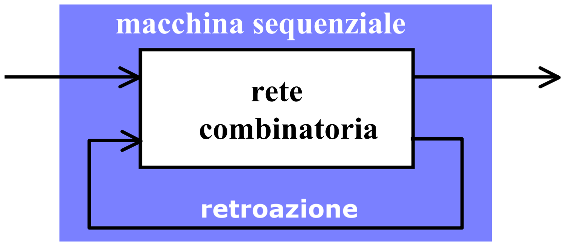


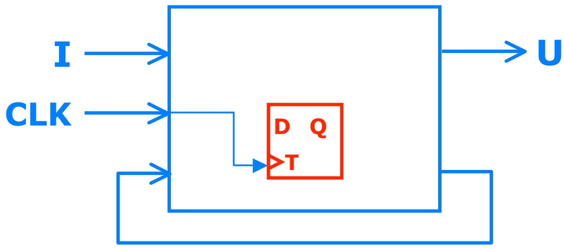
combinatoria   sequenziale

Macchine sequenziali

- Elemento necessario di ogni macchina sequenziale è la **retroazione**
  - Uscita riportata in ingresso
  - Bistabile: (macchina sequenziale elem.): 2 porte NOR +retroazione
- Macchina sequenziale sincrona
  - Impiega bistabili sincroni
  - Es: Flip-Flop tipo DT







Macchina a Stati Finiti - di Moore

- Una Macchina a Stati Finiti (MSF) è definita dalla quintupla:

$$< \; X, \; I, \; Y, \; f(\cdot), \; g(\cdot) \; >$$

X: insieme degli stati (in numero finito).

I: alfabeto di ingresso: l'insieme dei simboli che si possono presentare in ingresso. Con **n** ingressi, avremo $\mathbf{2^n}$ possibili configurazioni.

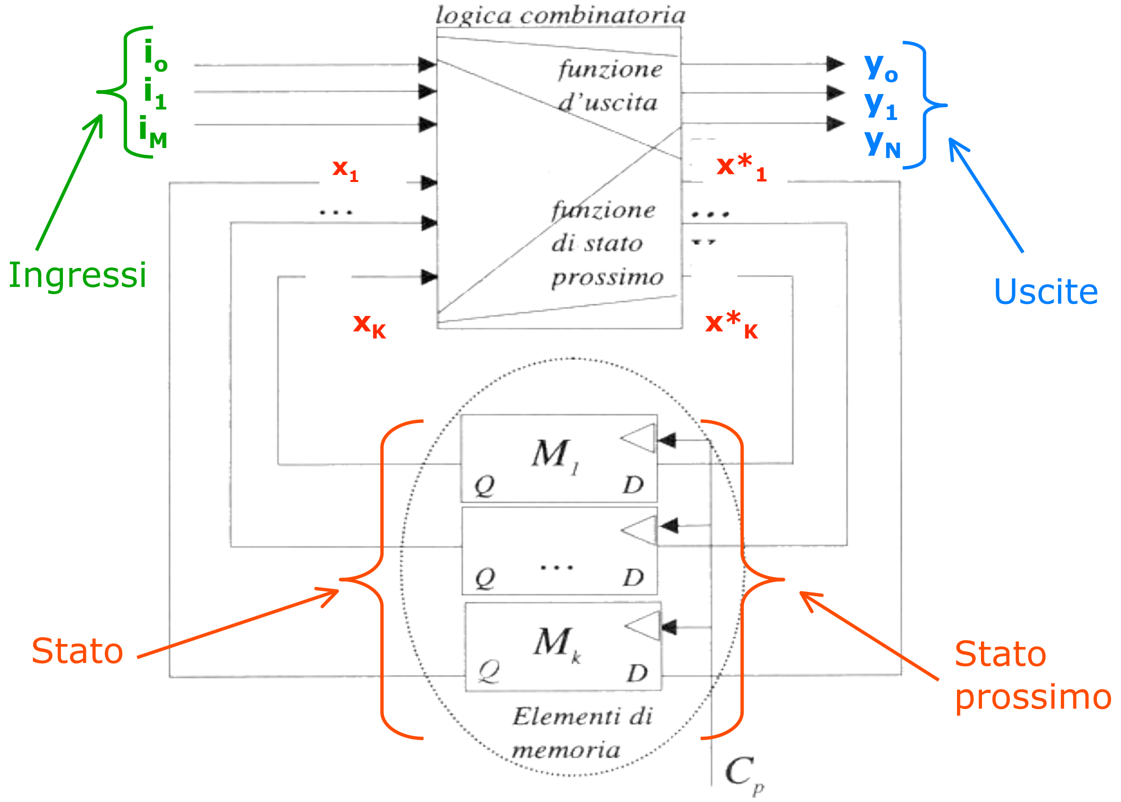
Y: alfabeto di uscita: l'insieme dei simboli che si possono generare in uscita. Con **m** uscite, avremo $\mathbf{2^m}$ possibili configurazioni

$f(\cdot)$: funzione stato prossimo: $X^* = f(X, I)$
Definisce l'evoluzione della macchina nel tempo, in modo deterministico

$g(\cdot)$: funzione di uscita: $Y = g(X)$ (macchina di **Moore**)
$Y = g(X, I)$ (macchina di **Mealy**)

- Per il buon funzionamento della macchina è previsto uno **stato iniziale**, al quale la macchina può essere portata mediante un comando di **reset**.

La macchina sequenziale di Huffman



Macchina di Moore: *State Transition Table (STT)*

- **STT**: State Transition Table (Tabella delle transizioni di stato)
  - Per ogni coppia: <stato attuale, ingresso> definisco uscita **y** e stato prossimo **x***

$$(x_i \in X\ ,\ i_j \in I) \rightarrow y(x_i)\ ;\ x^*(\ x_i,\ i_j\ )$$

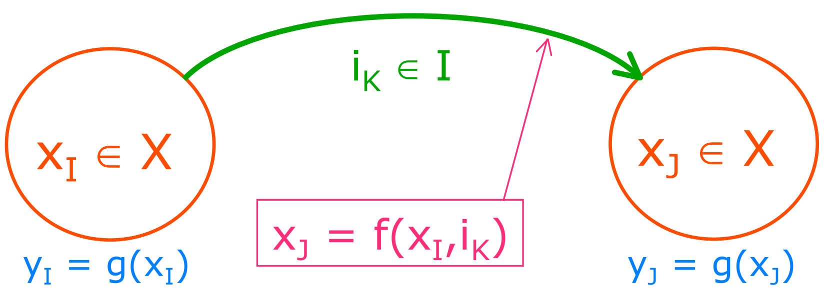
  - Esempio: M stati (log2M bit di stato), N ingressi (log2M bit d'ingresso):

	i_1	i_2	...	i_N	Y
x_1	$x^*(x_1,i_1)$	$x^*(x_1,i_2)$		$x^*(x_1,i_N)$	$y(x_1)$
x_2	$x^*(x_2,i_1)$	$x^*(x_2,i_2)$		$x^*(x_2,i_N)$	$y(x_2)$
...					...
x_M	$x^*(x_M,i_1)$	$x^*(x_M,i_2)$		$x^*(x_M,i_N)$	$y(x_M)$

Macchina di Moore: *State Transition Graph (STG)*

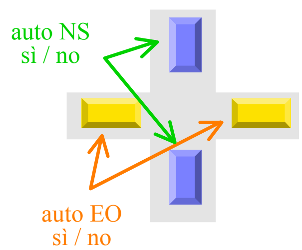
- **STG: State Transition Graph**
  (*Diagramma degli Stati o Grafo delle transizioni*)
  - Ad ogni nodo è associato uno stato: $\mathbf{x_i} \in \mathbf{X}$

  … ed un valore della funzione d'uscita: $\mathbf{y_i} \in \mathbf{Y}$, $\mathbf{y_i = g(x_i)}$
  - Un arco orientato da uno stato $\mathbf{x_i}$ ad uno stato $\mathbf{x_j}$, contrassegnato da un simbolo (di ingresso) $\mathbf{i_K}$, rappresenta una transizione che si verifica quando la macchina, essendo nello stato $\mathbf{x_i}$, riceve come ingresso $\mathbf{i_K}$



Progetto con macchina di Moore

Esempio: controllore di un semaforo



SEMAFORO:

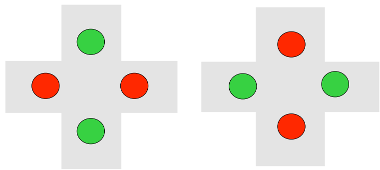
- Incrocio tra 2 strade: nord-sud (NS) ed est-ovest (EO) controllate da un semaforo
  - per semplicità consideriamo solamente rosso e verde
- Il semaforo può commutare ogni 30 secondi
  - Macchina sincrona, clock con frequenza = ?
- E' presente un sensore in grado di "leggere", per ogni direttrice, se esiste almeno un'auto in attesa, oppure un'auto che si accinga ad attraversare (condizioni trattate allo stesso modo).
- Il semaforo deve cambiare colore, da rosso a verde, quando esiste un'auto in attesa sulla sua direttrice.
- Se ci sono auto in attesa sulle entrambe le direttrici il semaforo deve cambiare colore (al termine del tempo di commutazione)

SEMAFORO: Stato, Ingresso, Uscita

STATO

- Semaforo NS VERDE, semaforo EO ROSSO
- Semaforo NS ROSSO, semaforo EO VERDE

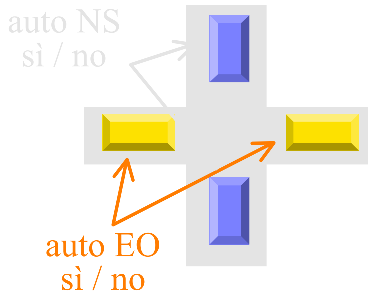
→ 1 bit di STATO (1 flip-flop)



INGRESSI

- Auto NS presente / non presente
  - **AutoNS=1/0**
- Auto EO presente / non presente
  - **AutoEO = 1/0**

→ 2 bit di INGRESSO → 4 configurazioni d’ingresso



USCITE: = STATO

- LuceEO verde (LuceNS rossa)
- LuceNS verde (LuceEO rossa)

→ 2 configurazioni d’uscita → 1 bit di USCITA

Funzionamento: uscita

- Funzione uscita: **Y = g(X)**
  - Per ogni stato, definire l’uscita della macchina
- Uscita ↔ STATO → **Y = X**
  - VerdeNS → Verde sulla direttrice NS, rosso sulla direttrice EO
  - VerdeEO → Verde sulla direttrice EO, rosso sulla direttrice NS
- Luce Verde NS = VerdeNS
- Luce Verde EO = VerdeEO

Funzionamento: stato prossimo

- **Stato prossimo:** evoluzione dello stato, in funzione dello stato attuale e degli ingressi attuali

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}^* = f(\ \mathbf{X}(t), \mathbf{I}\ )$$

- **X(t+1) = X*** = "VerdeNS"
  - Se X(t)="VerdeNS" AND non ci sono auto sulla direttrice EO
  - Se X(t)="VerdeEO" AND ci sono auto sulla direttrice NS

  VerdeNS · ~autoEO + VerdeEO · autoNS → X* = VerdeNS

- **X(t+1) = X*** = "VerdeEO"
  - Se X(t)="VerdeEO" AND non ci sono auto sulla direttrice NS
  - Se X(t)="VerdeNS" AND ci sono auto sulla direttrice EO

  VerdeEO · ~autoNS + VerdeNS · autoEO → X* = VerdeEO

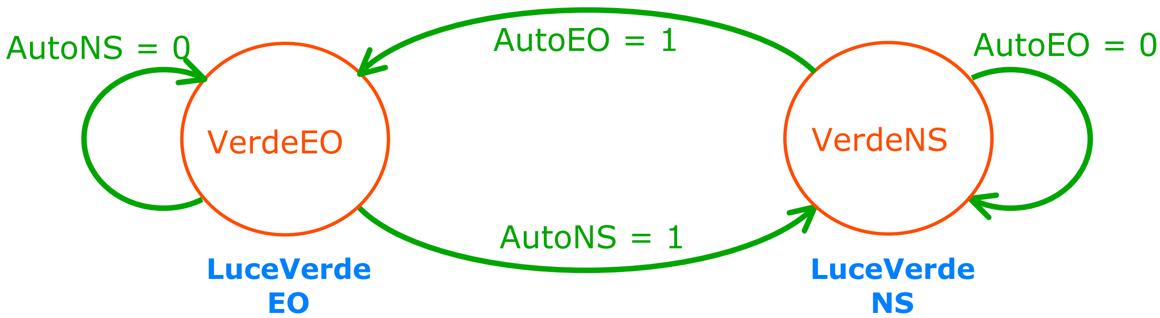
STG del semaforo

- Funzione stato prossimo:

  VerdeNS* = VerdeNS · ~autoEO + VerdeEO · autoNS
  VerdeEO* = VerdeEO · ~autoNS + VerdeNS · autoEO

- Funzione uscita:

  Y = X



STT del semaforo

X \ I	~autoEO ~autoNS	~autoEO autoNS	autoEO ~autoNS	autoEO autoNS	Uscita
VerdeNS	VerdeNS	VerdeNS	VerdeEO	VerdeEO	Luce VerdeNS
VerdeEO	VerdeEO	VerdeNS	VerdeEO	VerdeNS	Luce VerdeEO

Funzione stato prossimo:
$X^* = f(X, I)$

Funzione uscita:
$Y = g(X)$

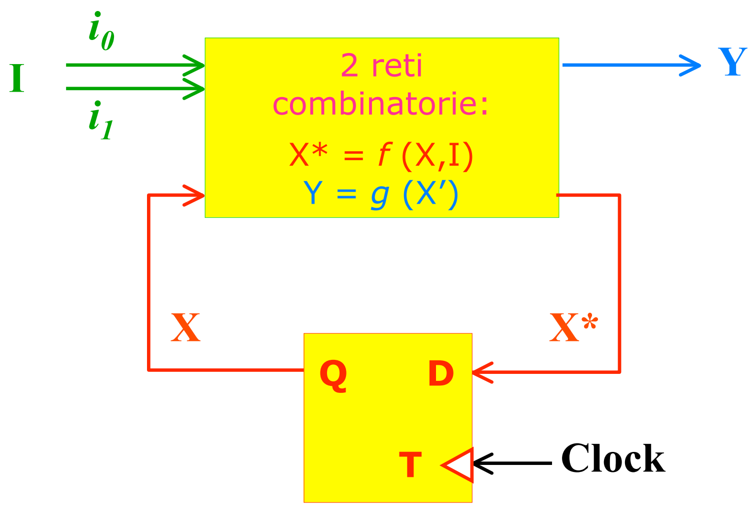
STT del semaforo: CODIFICA binaria

- **Stato:**
  - (**VerdeNS**/RossoEO, RossoNS/**VerdeEO**) → **(0, 1)**
- **Ingresso:**
  - 2 Variabili: AutoNS, AutoEO → 1 ="presente", 0 ="assente"
  - 4 Configurazioni: **(00, 01, 10, 11)**
- **Uscita:**
  - (Luce_VerdeNS, Luce_VerdeEO) → **(0, 1)**

X \ I	00	01	10	11	Uscita Y
0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1

Sintesi della MSF del semaforo

- Macchina di **Moore**
  - 2 stati (0,1) → 1 flip-flop DT
  - 2 linee di ingresso
  - 1 linea d'uscita
- Architettura di **Huffman**
- Sintesi rete combinatoria
  - stato prossimo: f(X,I)
  - uscita: g(X)



Sintesi della MSF del semaforo

- Mediante la STT codificata in binario, posso esprimere **X*** e **Y** come somma di prodotti:
  - cerco i mintermini:

$$X^* = \overline{X} I_0 \overline{I_1} + \overline{X} I_0 I + X I_0 \overline{I_1} + X \overline{I_0}\,\overline{I_{1}}_1 =$$

$$= \overline{X} I_0 + X \overline{I_1}$$

$$Y = X$$

X \ I	00	01	10	11	Y
0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1

MSF del semaforo: sintesi del circuito

- funzioni logiche rete combinatoria:

$$X^* = \overline{X} I_0 \overline{I_1} + \overline{X} I_0 I + X I_0 \overline{I_1} + X \overline{I_0}\,\overline{I_{1}}_{1} =$$

$$= \overline{X} I_0 + X \overline{I_1}$$

$$Y = X$$

rete combinatoria